

THÈSE

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

le grade de DOCTEUR de 3^e CYCLE en PHYSIQUE NUCLÉAIRE

par

Jean.Noël MASSOT

SUJET

ETUDE DES REACTIONS (n, α) A L'AIDE
D'UN MODELE D'INTERACTION DIRECTE

Soutenue le 29 Avril 1964
devant la Commission d'Examen :

MM. A SARAZIN

J LAFOUCRIERE

J. DEPRAZ

Président

} Examineurs

THÈSE

présentée
A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
pour obtenir
le grade de DOCTEUR de 3^e CYCLE en PHYSIQUE NUCLÉAIRE
par

Jean.Noël MASSOT

SUJET

ETUDE DES REACTIONS (n, α) A L'AIDE
D'UN MODELE D'INTERACTION DIRECTE

Soutenue le 29 Avril 1964
devant la Commission d'Examen :

MM. A SARAZIN

J LAFOUCRIERE

J. DEPAZ

Président

} Examineurs

UNIVERSITE DE LYON

FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

MM. LONGCHAMBON, DOUIN, MOUSSA, GAUTHIER Henri,

Professeurs Honoraires

MM. LOCQUIN, de LARAMBERGUE, SOLLAUD, MENTZER
MOUSSA, JAFFARD, DOUIN, Henri EYRAUD, DE -
JARDIN, VIRET.

Doyen

M. BRACONNIER

Assesseurs

MM. MESNARD, BOIDIN

Professeurs

MM. LONGCHAMBON	Minéralogie
PRETTRE	Chimie industrielle
COURTY	Chimie-Physique
KUHNER	Botanique
MALECOT	Mécanique rationnelle et appliquée
PARIS	Chimie minérale
AUMERAS	Chimie
COLONGE	Chimie organique
JANIN	Physique générale
FLANDRIN	Géologie appliquée
BERNARD	Physique industrielle
DUFAY Jean	Astronomie
NIGON	Zoologie expérimentale
GAUTHIER Henri	Géologie générale
WAUTIER	Zoologie

MM. CHOPIN	Chimie biologique
CUEILLERON	Chimie
BRACONNIER	Calcul différentiel et intégral
EYRAUD Charles	Chimie-Physique appliquée
SARAZIN	Physique Nucléaire
BOIDIN	Microbiologie et Mycologie
PERES	Physiologie
MESNARD	Electronique
GRANDMONTAGNE	Physique
BOUTILLIER	Minéralogie
LAFOUCRIERE	Physique Nucléaire
DREUX	Chimie organique
TEICHNER	Chimie industrielle
PAVANS de CECCATTY	Zoologie
MERLIN	Chimie analytique
DUFAY Maurice	Physique de l'Atmosphère
FRAISSE	Mathématiques
LUBET	Physiologie
PHILBERT	Physique Nucléaire
COHEN-ADAD	Chimie
DAVID Louis	Géologie générale
CHANEL	Psychophysiologie
MAURY	Méthodes Mathématiques de la Physique
DEPRAZ	Physique Nucléaire
GAUTHIER Jean	Chimie

Professeurs sans Chaire

MM. GAUME	Physique
FERON	Mathématiques
LAFORGUE	Physique
LEGAY	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
UZAN	Physique S.P.C.N.
CHENEVOY	Géologie appliquée
GINET	Zoologie
ASCH	Physique
MICHEL Pierre	Minéralogie
DUCET	Biologie végétale

Maîtres de Conférences

Mle	MAITROT	Physique
Mme	ERICSON	Physique générale
MM.	GEVIN	Géologie générale
	PONASSE	Mathématiques
	d'INCAN	Physique
	MARTEL	Mécanique
	LEFEBVRE	Mathématiques
	PERNET	Mathématiques
	CHERY	Physique
	BERGEON	Physique C.S.U.
Mle	GAUTHERON	Chimie biologique
MM.	MATHIEU	Mécanique des Fluides
	ERBEIA	Physique
	DESCOTES	Chimie organique
	PICARD Philippe	Mathématiques
	LEMOIGNE	Botanique
	DEMARCO	Géologie générale
	MICHEL Georges	Biochimie
	LEBRETON	Biologie végétale
	DAVID Jean	Biologie animale
	TOUSSET	Chimie propédeutique
	FEUVRAIS Louis	Physique Electricité
	PICARD Claude	Mathématiques
	SCHMITT Roger	Physique M.P.C.

Maitre de Conférences adjoint

M. PIERRON

Conseiller Administratif

M. BURNET

Secrétaire Principal Honoraire

M. ROUX

AVANT - PROPOS

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur A. SARAZIN, Directeur de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, pour l'intérêt qu'il a accordé à cette étude et pour la compréhension qu'il m'a toujours manifestée.

Une gratitude particulière est due à Monsieur le Professeur J. LAFOUCRIERE qui m'a constamment guidé et dont les conseils m'ont été précieux au cours de cette tâche.

J'adresse tous mes remerciements à Monsieur le Professeur J. DEPRAZ pour les indications qu'il m'a prodiguées durant nos entretiens.

Je dois beaucoup à Monsieur E. EL-BAZ pour l'attention qu'il a apportée à ce travail et pour l'aide qu'il m'a toujours dispensée.

Je veux aussi remercier Monsieur J. DELORME qui m'a témoigné son intérêt ainsi que tous ceux qui, par leurs discussions, ont facilité ces recherches.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553420_0003

INTRODUCTION

La connaissance imparfaite des forces nucléaires a conduit les physiciens à bâtir deux sortes de théories pouvant rendre compte des résultats expérimentaux. La première, théorie des modèles, comprend par exemple ceux de la goutte liquide, des couches, de clusters, collectifs et peut être considérée comme une théorie statique dans laquelle on cherche essentiellement à déterminer les niveaux et les spins d'un noyau isolé dans l'espace.

La seconde part d'un point de vue différent, tentant de décrire le mieux possible les phénomènes qui se produisent lors d'une réaction nucléaire. Le problème que l'on examine alors est un problème dynamique et les caractéristiques que l'on s'attachera à retrouver seront des grandeurs géométriques telles que la section efficace totale, la distribution angulaire, la polarisation. L'exploitation de ces résultats permettra ensuite d'améliorer la connaissance physique des noyaux intéressés, but que cherchent à atteindre les modèles du "noyau composé" et de l'interaction directe".

Aucun formalisme cependant, n'a encore réussi à décrire simultanément ces deux modèles. Il convient donc d'examiner les résultats expérimentaux pour faire un choix a priori sur le processus théorique qui permettra de les retrouver.

La plus ancienne de ces deux théories est celle de Bohr qui, en 1936, réussit à expliquer parfaitement de nombreuses courbes expérimentales à basse énergie. Dans le modèle de réaction utilisé, le noyau cible se combinait à la particule incidente pour former un état métastable qui, porté à un état d'excitation correspondant à l'énergie de bombardement, se désintégrait en accord avec les lois de conservation de l'énergie totale, du moment angulaire, de la charge etc...

Dans cet état intermédiaire appelé "noyau composé", la particule incidente est étroitement mêlée aux nucléons du noyau ce qui fait qu'elle a perdu son identité. Ce fait est important puisqu'il permet d'affirmer que la décomposition du noyau composé dans l'une des voies de sortie sera totalement indépendante de la façon dont il a été formé.

Expérimentalement, comment peut-on caractériser ce modèle ? Tout d'abord, si on regarde la section efficace totale en fonction de l'énergie, on note l'existence d'une série de pics de résonances correspondant aux différents états du noyau composé, la position et la forme de ces pics pouvant en principe être retrouvées en utilisant une formule de BREIT et WIGNER à un ou plusieurs niveaux. Par ailleurs la section efficace différentielle présentera une symétrie autour de $\frac{\pi}{2}$. Les succès de ce modèle sont plus évidents dans le domaine des basses énergies où les niveaux, peu nombreux, sont bien séparés et peuvent être caractérisés individuellement.

Aux énergies plus élevées, les niveaux du noyau composé deviennent trop nombreux pour qu'on puisse envisager autre chose qu'une description statistique du phénomène. Les spectres en énergie sont alors décrits par la théorie de l'évaporation. L'existence de ces niveaux suppose que le noyau composé a un temps de vie long par rapport au temps que met la particule incidente à traverser le noyau cible.

Il n'en est pourtant pas toujours ainsi et il peut arriver que le nucléon incident n'entre en collision pendant un temps très court qu'avec un petit nombre de nucléons du noyau cible : c'est l'interaction directe.

Il convient de noter que la durée de vie de l'état intermédiaire n'est pas la seule caractéristique différenciant ces deux modèles. Le "noyau composé" suppose, par le fait même de la distribution de l'énergie de la particule incidente entre tous les nucléons du noyau, un couplage fort, alors que le deuxième modèle se place dans le cas d'un couplage faible, la particule incidente n'interagissant qu'avec un très petit nombre de nucléons.

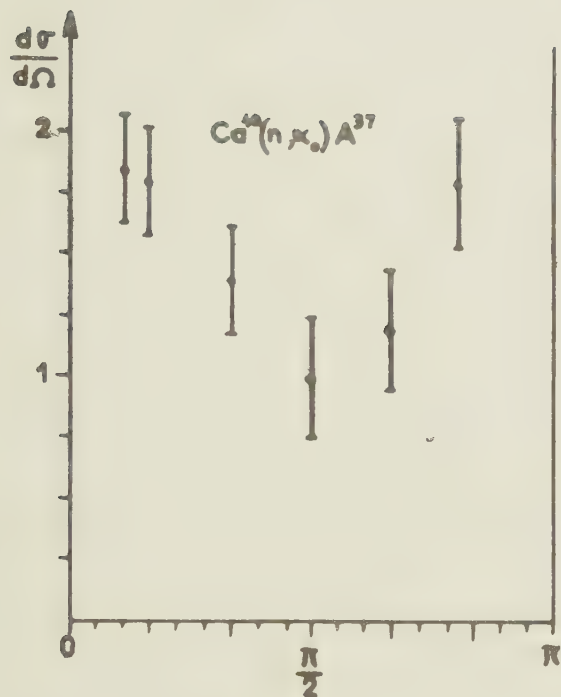


Figure 1

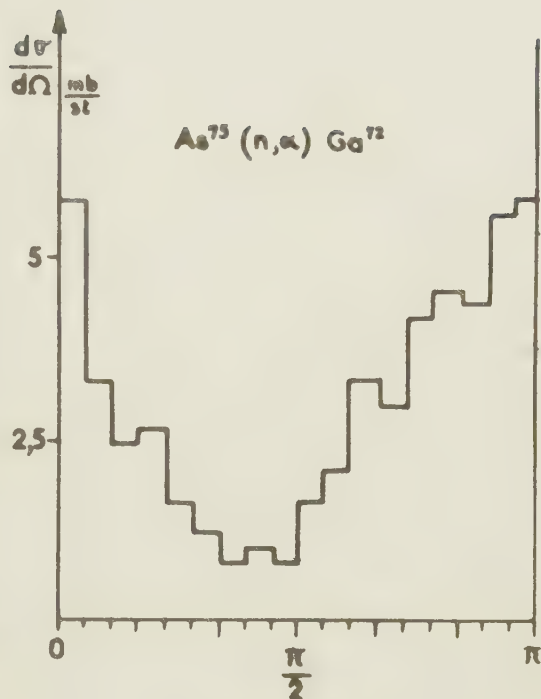


Figure 2

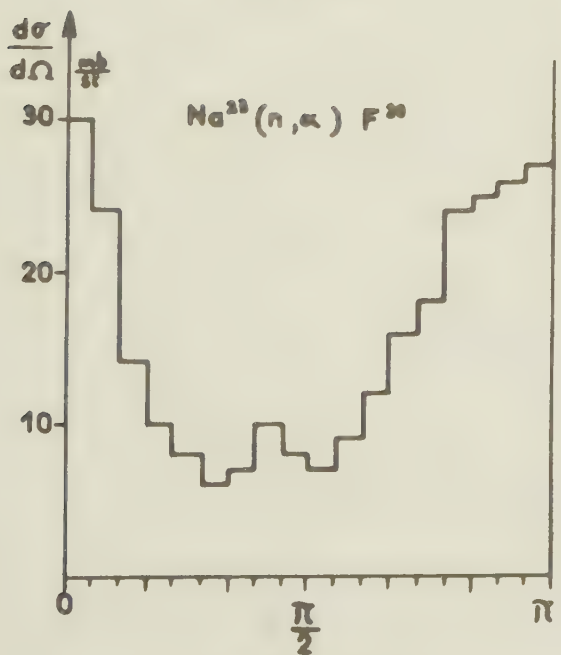


Figure 3

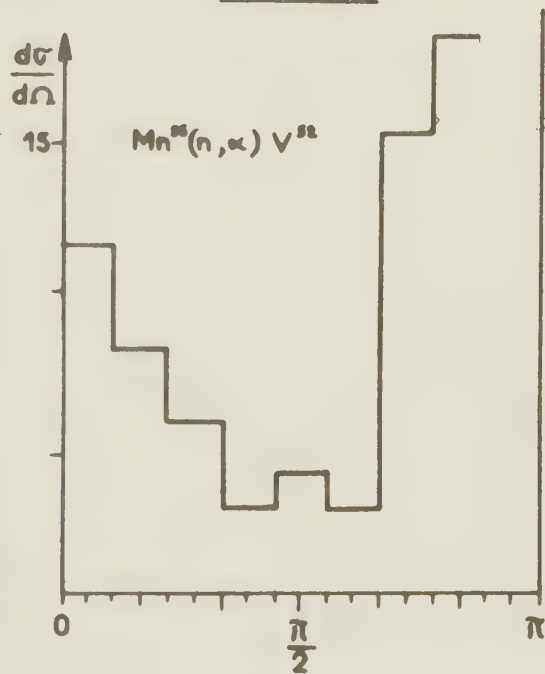


Figure 4

Dans le modèle de l'interaction directe il n'existera pas de résonance comme pour le noyau composé et d'autre part la distribution angulaire présentera en général une très forte dissymétrie. Il en résulte que le seul examen de $\sigma(\theta)$ devrait permettre en principe d'adopter l'un ou l'autre des processus pour décrire la réaction.

Les travaux effectués par SHERR⁽¹⁾, URECH⁽²⁾ et al., BOR-MANN⁽³⁾ et al., sur les réactions (n, α) montrent pour la section efficace totale un spectre qui peut être retrouvé par la théorie de l'évaporation.

L'étude de $\sigma(\theta)$ semble également confirmer cette idée : courbes d'allure symétrique autour de $\frac{\pi}{2}$ avec maxima à 0° et 180° . CAVAL-LARO⁽⁴⁾ et al., (fig.1) PATZAK⁽⁵⁾ et al., JARVIS⁽⁶⁾ et al., KAUL⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾ (fig. 2,3,4) donnent une interprétation à l'aide du modèle statistique.

Cependant l'examen de la courbe donnée par SEN⁽¹⁰⁾ (fig. 5) montre que pour une énergie de la particule α supérieure à 13 MeV, la remontée vers l'arrière disparaît complètement, et CINDRO⁽¹¹⁾ obtient un résultat où le pic avant n'existe pas pour un état excité du noyau résiduel. STROHAL⁽¹²⁾ (fig.6,7) et al., quant à eux, ne retrouvent pas avec la théorie du noyau composé les valeurs expérimentales de la section efficace totale. Egalement SEN⁽¹³⁾ a étudié la réaction (n, α) sur l'oxygène 16. Les courbes obtenues n'ont plus de symétrie autour de $\frac{\pi}{2}$, la remontée vers l'arrière possédant un maximum aux environs de 150° . Ceci conduit l'auteur à montrer que la théorie de l'interaction directe n'est pas étrangère au phénomène et à assimiler très simplement la section efficace différentielle à $|j_0(kr)|^2$, carré d'une fonction de BESSEL sphérique.

Enfin FACCHINI, dans une publication assez récente⁽¹⁷⁾ (fig. 8), montre que les sections efficaces totales obtenues par voie expérimentale sont d'un ordre de grandeur très différent (pouvant aller jusqu'à 10^3) de celles calculées à l'aide du modèle statistique et attribue cette différence à des effets d'interaction directe.

Nous avons alors essayé d'expliquer les réactions $X(n, \alpha)Z$ en

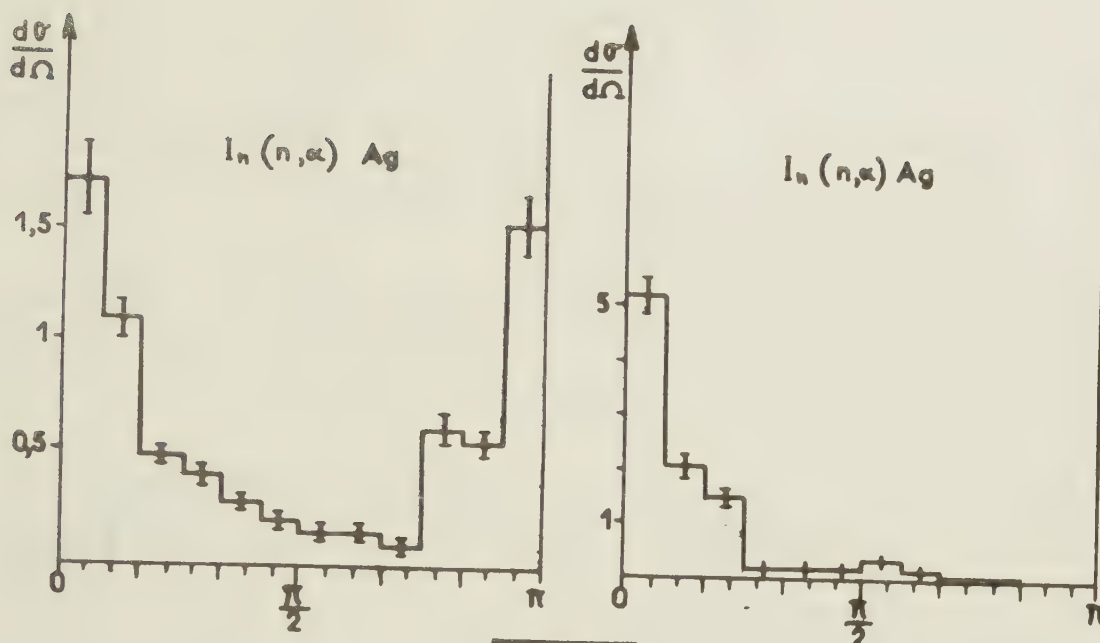


Figure 5

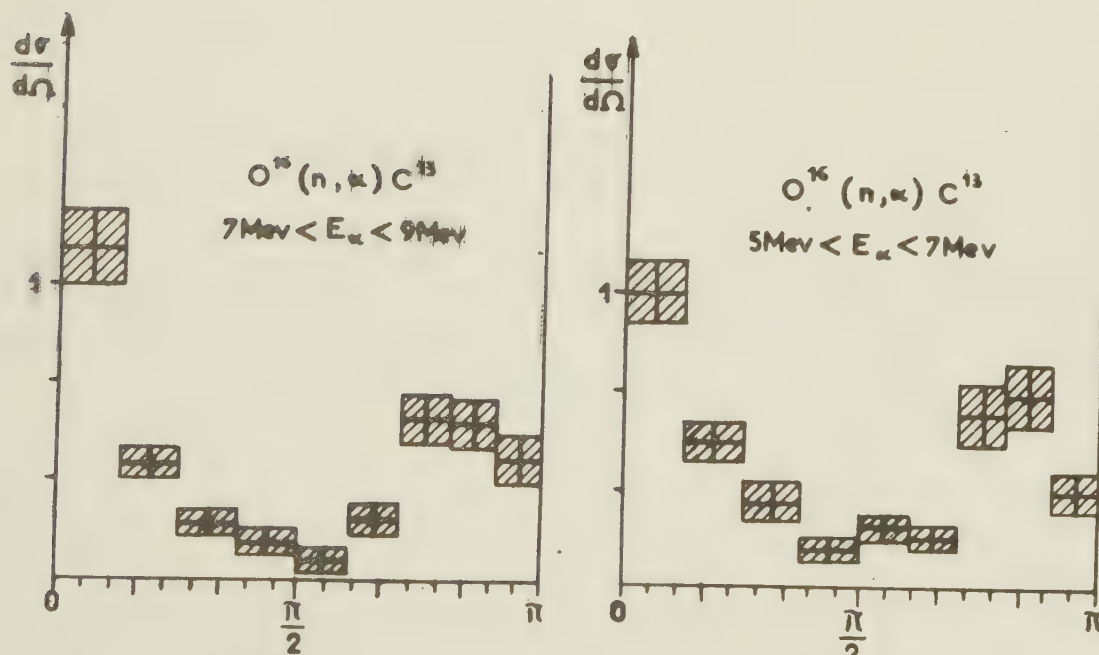


Figure 6

Figure 7

adoptant le formalisme de l'interaction directe. Pour cela nous avons distingué deux types de processus possibles.

Dans le premier, que nous appellerons le processus de Pick-up, nous décomposerons la cible en un coeur inerte, ne participant pas à la réaction, et en un groupement de nucléons correspondant à un Hélium 3 qui sera capturé par le neutron incident.

Le second, le processus de Knock-Out, sera obtenu en considérant la cible constituée par un coeur plus un Hélium 4, la particule α étant ensuite expulsée du noyau par le neutron.

L'ensemble de ces deux phénomènes devrait nous permettre de retrouver la distribution angulaire. Nous appliquerons alors les résultats obtenus à l'étude des réactions $O^{16} (n, \alpha) C^{13}$ et $Na^{23} (n, \alpha) F^{20}$ avec les résultats expérimentaux de SEN⁽¹³⁾ et KAUL⁽⁸⁾ pour des neutrons incidents de 14 MeV.

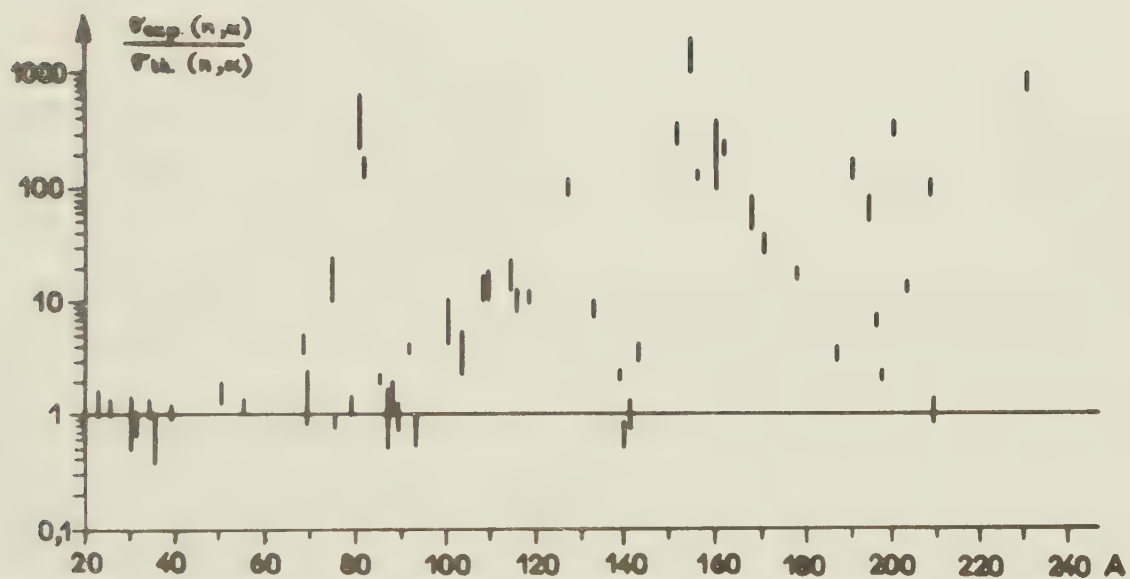


Figure 6

CHAPITRE I

RAPPELS CONCERNANT L'AMPLITUDE

DE TRANSITION

La description d'une réaction nucléaire est soumise à la connaissance des fonctions propres de l'hamiltonien H représentant le système en interaction :

$$I - (1) \quad H |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle$$

Il serait intéressant de connaître le processus qui amènerait le système de la voie d'entrée à la voie de sortie. Nous l'ignorons, aussi prendrons nous ce système à deux instants de son évolution. Nous le décrirons alors formellement dans la voie d'entrée " a " et dans la voie de sortie " b " par :

$$I - (2) \quad H = H_a + V_a = H_b + V_b$$

où V_a et V_b représentent les potentiels d'interaction responsables de la réaction nucléaire. Les hamiltoniens dans chaque voie H_a et H_b pourront être séparés en deux termes :

$$I - (3) \quad \begin{cases} H_a = h_a + T_a \\ H_b = h_b + T_b \end{cases}$$

h représentant l'hamiltonien qui régit le mouvement "interne" des noyaux, T l'hamiltonien cinétique décrivant le mouvement relatif du noyau incident par rapport au noyau cible dans la voie d'entrée "a", ou le mouvement relatif de la particule éjectée par rapport au noyau résiduel dans la voie de sortie "b".

Les coordonnées de position seront représentées par la lettre $\vec{r}$ pour les variables internes, et par $\vec{r}$ pour la variable relative. Il faut noter que ces coordonnées sont indépendantes.

L'équation I - (1) peut donc s'écrire :

$$I - (4) \quad \begin{cases} (H_a + V_a) |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle \\ (H_b + V_b) |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle \end{cases}$$

Si l'on ne considère que des potentiels à courte portée, c'est à dire si le produit rV tend vers zéro lorsque r croît indéfiniment, alors pour $r \rightarrow \infty$ le système I - (4) devient :

$$I - (5) \quad \begin{cases} H_a |\Phi_a\rangle = E |\Phi_a\rangle \\ H_b |\Phi_b\rangle = E |\Phi_b\rangle \end{cases}$$

Les fonctions propres $|\Phi\rangle$ sont les solutions asymptotiques de I - (4) pour $r \rightarrow \infty$.

Nous avons :

$$I - (6) \quad (T_n + h_n) |\Phi_n\rangle = E |\Phi_n\rangle \quad n = a, b$$

Remarquons que $[T_n, h_n] = 0$ car il n'existe aucun couplage entre les deux opérateurs, chacun d'eux opérant sur des variables différentes et indépendantes : $\vec{r}_n$ pour T_n , $\vec{r}_n$ pour h_n . Par conséquent, la solu-

tion $|\Phi_n\rangle$ sera formée du produit tensoriel des fonctions propres de T_n et de h_n . Nous écrirons :

$$\begin{cases} h_n |\chi_n\rangle = \varepsilon_n |\chi_n\rangle \\ T_n |\vec{K}_n\rangle = E_n |\vec{K}_n\rangle \end{cases}$$

$$|\Phi_n\rangle = |\chi_n, \vec{K}_n\rangle$$

$$E = \varepsilon_n + E_n$$

Nous pouvons résoudre :

$$T_n |\vec{K}_n\rangle = E_n |\vec{K}_n\rangle$$

Dont la solution est :

$$I - (7) \quad \langle \vec{r}_n | \vec{K}_n \rangle = \varphi_n(\vec{r}_n) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} e^{i\vec{K}_n \vec{r}_n}$$

De même nous écrirons :

$$I - (8) \quad \begin{cases} \langle \vec{\xi}_n | \chi_n \rangle = \chi_n(\vec{\xi}_n) \\ \langle \vec{r}_n, \vec{\xi}_n | \Psi \rangle = \Psi(\vec{r}_n, \vec{\xi}_n) \end{cases}$$

Considérons maintenant les équations I - (4). On peut les écrire :

$$I - (9) \quad \begin{cases} (E - H_a) |\Psi\rangle = (E - h_a - T_a) |\Psi\rangle = V_a |\Psi\rangle \\ (E - H_b) |\Psi\rangle = (E - h_b - T_b) |\Psi\rangle = V_b |\Psi\rangle \end{cases}$$

et les solutions de telles équations sont données immédiatement sous forme d'équations intégrales par :

$$|\Psi^\pm\rangle = |\Phi_n\rangle + \frac{1}{E - T_n - h_n \pm i\varepsilon} V_n |\Psi^\pm\rangle$$

Dans la voie de sortie, nous éliminerons l'onde plane $|\Phi_b\rangle$ car, physiquement, cette onde plane, après réaction, n'existe pas. Nous écrirons par conséquent :

$$I - (10) \quad \left\{ \begin{array}{l} |\Psi^\pm\rangle = |\Phi_a\rangle + \frac{1}{E - T_a - h_a \pm i\varepsilon} V_a |\Psi^\pm\rangle = |\Phi_a\rangle + G_a^\pm V_a |\Psi^\pm\rangle \\ |\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{E - T_b - h_b \pm i\varepsilon} V_b |\Psi^\pm\rangle = G_b^\pm V_b |\Psi^\pm\rangle \end{array} \right.$$

Nous avons posé : $G_n^\pm = \frac{1}{\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} E - T_n - h_n \pm i\varepsilon}$ opérateur de Green de l'hamiltonien H_n .

Nous aurons donc :

$$I - (11) \quad \langle \vec{r}_n | \langle \chi_n | G_n^\pm | \vec{r}_n' \rangle = \langle \vec{r}_n | \frac{1}{E - T_n - \varepsilon_n \pm i\varepsilon} \langle \chi_n | \vec{r}_n' \rangle$$

$|\chi_n\rangle$ commute avec T_n , puisque $[T_n, h_n] = 0$ et aussi avec $\langle \vec{r}_n |$.

Cela nous permet d'écrire :

$$I - (12) \quad \langle \vec{r}_n | \langle \chi_n | G_n^\pm | \vec{r}_n' \rangle = \langle \chi_n | G_n^\pm(\vec{r}_n, \vec{r}_n') = \int \langle \vec{r}_n | \frac{|\vec{K}_n\rangle \langle \vec{K}_n|}{E - (E_n + \varepsilon_n) \pm i\varepsilon} | \vec{r}_n' \rangle d\vec{K}_n \langle \chi_n |$$

en introduisant le projecteur $\int |\vec{K}_n\rangle \langle \vec{K}_n| d\vec{K}_n = 1$

En remarquant que $\langle \vec{r}_n | \vec{K}_n \rangle$ est donné par l'équation I - (7) et en posant

$$(E - \varepsilon_n) = \frac{\hbar^2}{2M_n^*} K_n'^2 \quad \text{puis} \quad E_n = \frac{\hbar^2}{2M_n^*} K_n^2, \quad \text{on obtient :}$$

$$\langle \chi_n | G_n^{\pm}(\vec{r}_n, \vec{r}_n') = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{2M_n^*}{\hbar^2} \int \frac{e^{i\vec{K}_n(\vec{r}_n - \vec{r}_n')}}{K_n'^2 - K_n^2 \pm i\eta} d\vec{K}_n \langle \chi_n |$$

Cette intégrale se calcule très facilement dans le plan complexe et donne :

$$\langle \chi_n | G_n^{\pm}(\vec{r}_n, \vec{r}_n') = -\frac{M_n^*}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{\pm iK_n|\vec{r}_n - \vec{r}_n'|}}{|\vec{r}_n - \vec{r}_n'|} \langle \chi_n |$$

Nous n'utiliserons ce résultat que pour $r_n \rightarrow \infty$. Nous pouvons alors poser :

$$\vec{r}_n = \vec{n} r_n \quad \text{et pour} \quad \vec{r}_n \gg \vec{r}_n' \\ |\vec{r}_n - \vec{r}_n'| \sim r_n - \vec{n} \vec{r}_n'$$

qui nous conduit à :

$$\langle \chi_n | G_n^{\pm}(\vec{r}_n, \vec{r}_n') \simeq -\frac{M_n^*}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{\pm iK_n r_n}}{r_n} e^{\mp i\vec{n} K_n \vec{r}_n'} \langle \chi_n |$$

Soit encore :

$$\langle \chi_n | G_n^{\pm}(\vec{r}_n, \vec{r}_n') = -\frac{M_n^*}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{e^{\pm iK_n r_n}}{r_n} \right) \left((2\pi)^{\frac{3}{2}} e^{\mp i\vec{K}_n \vec{r}_n'} \right) \langle \chi_n |$$

et en remplaçant $e^{-i\vec{K}_n \vec{r}_n'}$ par $(2\pi)^{\frac{3}{2}} \langle \vec{K}_n | \vec{r}_n' \rangle$ suivant l'équation (7) on a :

$$I = (13) \quad \langle \chi_n | G_n^{\pm}(\vec{r}_n, \vec{r}_n') = -\frac{M_n}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{e^{iK_n r_n}}{r_n} \right) [(2\pi)^3 \langle \vec{K}_n | \chi_n | \vec{r}_n' \rangle]$$

Revenons à la deuxième équation de I - (10) :

$$I - (14) \quad |\Psi^+\rangle = G_b^+ V_b |\Psi^+\rangle$$

Nous allons extraire de $|\Psi^+\rangle$ la partie qui décrit le mouvement relatif des deux particules dans la voie de sortie, le mouvement interne à l'intérieur de ces particules ne nous intéressant pas. Pour cela, il suffit de remarquer que :

$$\langle \vec{r}_b | \langle X_b | \Psi^+ \rangle = F(\vec{r}_b)$$

En effet :

$$\begin{aligned} \langle \vec{r}_b | \langle X_b | \Psi^+ \rangle &= \int \langle \vec{r}_b | \langle X_b | \vec{\xi}_b \rangle \langle \vec{\xi}_b | \Psi^+ \rangle d\vec{\xi}_b = \int \chi_b^*(\vec{\xi}_b) \Psi^+(\vec{r}_b, \vec{\xi}_b) d\vec{\xi}_b \\ &= F(\vec{r}_b) \end{aligned}$$

en sommant sur les variables internes $\vec{\xi}_b$.

Dans ce cas, en reprenant I - (14) :

$$\langle \vec{r}_b | \langle X_b | \Psi^+ \rangle = \langle \vec{r}_b | \langle X_b | G_b^+ V_b | \Psi^+ \rangle = \int \langle \vec{r}_b | \langle X_b | G_b^+ | \vec{r}'_b \rangle \langle \vec{r}'_b | V_b | \Psi^+ \rangle d\vec{r}'_b$$

Le terme $\langle \vec{r}_b | \langle X_b | G_b^+ | \vec{r}'_b \rangle = \langle X_b | G_b^+(\vec{r}_b, \vec{r}'_b)$ n'est autre que le terme donné par l'équation I - (13). Il vient donc :

$$\langle \vec{r}_b | \langle X_b | \Psi^+ \rangle = - \frac{M_b^*}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{e^{iK_b r_b}}{r_b} \right) \int (2\pi)^3 \langle \vec{K}_b, X_b | \vec{r}'_b \rangle \langle \vec{r}'_b | V_b | \Psi^+ \rangle d\vec{r}'_b$$

Soit encore :

$$I - (15) \quad \langle \vec{r}_b | \langle X_b | \Psi^+ \rangle = F(\vec{r}_b) = - \frac{M_b^*}{2\pi\hbar^2} \left[\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{e^{iK_b r_b}}{r_b} \right] [(2\pi)^3 \langle \vec{\Phi}_b | V_b | \Psi^+ \rangle]$$

On appelle amplitude de transition la quantité :

$$I - (16) \quad I = (2\pi)^3 \langle \vec{\Phi}_b | V_b | \Psi^+ \rangle$$

Cette amplitude ne peut être évaluée a priori car $|\Psi^+\rangle$ est inconnue.

Mais, en se servant de la première équation du système I - (9), on obtient

$$I = (2\pi)^3 \left[\langle \Phi_b | V_b | \Phi_a \rangle + \langle \Phi_b | V_b G_a^+ V_a | \Psi^+ \rangle \right]$$

et en se limitant au premier terme :

$$I \simeq (2\pi)^3 \langle \Phi_b | V_b | \Phi_a \rangle$$

C'est l'approximation de Born.

Il convient de faire une remarque : dans la littérature habituelle, le coefficient $(2\pi)^3$ est omis car on considère les ondes planes contenues dans $|\Phi_a\rangle$ et $|\Phi_b\rangle$ définies comme suit :

$$\varphi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad \text{et non} \quad (2\pi)^{-3/2} e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

Avec la convention précédente, I s'écrit alors :

$$I - (17) \quad I = \langle \Phi_b | V_b | \Phi_a \rangle = \langle \vec{k}_b, \chi_b | V_b | \vec{k}_a, \chi_a \rangle$$

Par des considérations de flux, on montre que la section efficace différentielle, dans le cas où on ne tient compte d'aucune polarisation, est reliée à I par la relation :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{v_b}{v_a} \left(\frac{M_b^*}{2\pi k^2} \right)^2 |T|^2$$

avec

$$|T|^2 = \hat{j}_x^{-1} \hat{j}_x^{-1} \sum |I|^2 \quad \hat{j} = \sqrt{2J+1}$$

La sommation étant effectuée sur les moments initiaux. Les indices x et X définissent la voie d'entrée " a ", $\bar{z}$ et Z la voie de sortie " b " dans la réaction :

$$X(x, \bar{z})Z$$

Nous obtenons donc, avec $v_k = \frac{\hbar K_k}{M_k^*}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{M_a^* M_b^*}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{K_b}{K_a} \cdot \frac{1}{\hat{J}_x^2 \hat{J}_x^2} \sum |\langle \vec{K}_b, \chi_b | V_b | \vec{K}_a, \chi_a \rangle|^2$$

et en passant des coordonnées relatives aux coordonnées du centre de masse :

$$I = (18) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{M_a^* M_b^*}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{K_b}{K_a} \cdot \frac{1}{\hat{J}_x^2 \hat{J}_x^2} \sum |I|^2 \quad \text{avec}$$

$$I = \langle \vec{K}_3, \chi_3 | \langle \vec{K}_z, \chi_z | V_b | \vec{K}_x, \chi_x \rangle | \vec{K}_x, \chi_x \rangle$$

qui s'exprime encore dans la représentation " r " par :

$$I = \int \varphi_{K_3}^*(\vec{r}_3) \chi_3^*(\vec{\xi}_3) \varphi_{K_z}^*(\vec{r}_z) \chi_z^*(\vec{\xi}_z) \{V_b\} \varphi_{K_x}(\vec{r}_x) \chi_x(\vec{\xi}_x) \varphi_{K_x}(\vec{r}_x) \chi_x(\vec{\xi}_x) d\vec{r}$$

CHAPITRE II

ETUDE DU PROCESSUS DE PICK-UP

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier les réactions $X(n,\alpha)Z$ en faisant intervenir un processus de Pick-up. C'est à dire que nous supposerons la cible construite suivant un modèle de "sous-structures" que nous appellerons "coeur" et Hélium 3. Le neutron incident rencontrant cet Hélium 3 formera avec lui une particule alpha qui sera éjectée de la cible. C'est ce que nous avons représenté dans la figure 9 en prenant comme exemple la réaction $O^{16}(n,\alpha)C^{13}$.

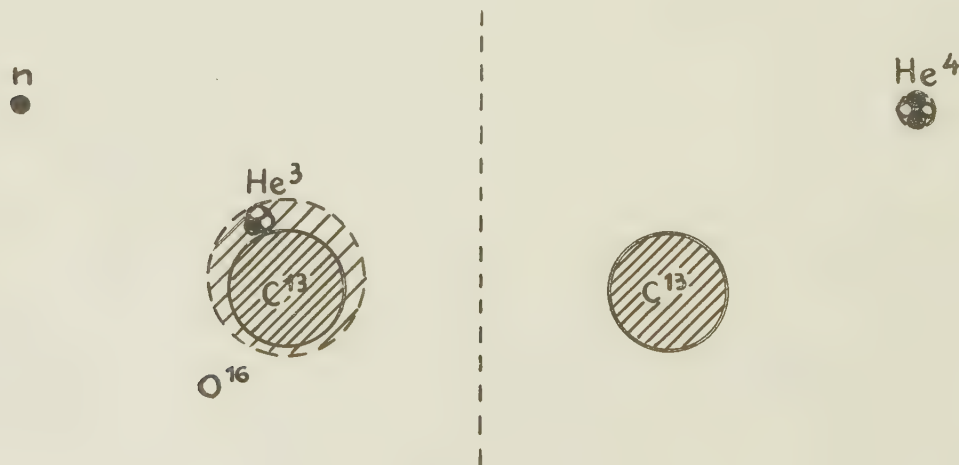


Figure 9

Il faut remarquer pourtant que nous appelons "coeur" le groupement

de nucléons ne participant pas à la réaction, c'est à dire, par exemple, le Carbone 13 pour le cas $^{16}_0(n, \alpha) ^{13}_6C$. Nous appellerons "cœur fermé" un cœur de spin total J_c nul.

D'autre part le but de ce calcul étant de montrer que l'interaction directe peut ne pas être étrangère à l'explication des courbes de distribution angulaire, nous avons fait appel aux processus d'interaction directe les plus simples Pick-up et Knock-Out, bien que des processus plus compliqués ne soient pas physiquement improbables.

I - ECRITURE DE L'AMPLITUDE DE TRANSITION

Le calcul de l'amplitude de transition peut être entrepris de deux façons. La première consiste à utiliser une méthode élaborée telle que la méthode D.W.B.A. Celle-ci emploie des potentiels optiques avec, en général, un couplage spin-orbite et des ondes distordues dans les voies d'entrée et de sortie, le tout introduisant un certain nombre de paramètres phénoménologiques qui ne peuvent être fixés qu'après un grand nombre d'heures de calcul machine. Le fait de disposer de nombreux paramètres permet d'obtenir des courbes théoriques suivant d'assez près les résultats expérimentaux mais offre le gros inconvénient de ne pouvoir discerner dans quelle mesure un paramètre intervient dans le résultat ni l'importance relative des divers paramètres entre eux.

Dans une méthode d'approche, la méthode des ondes distordues doit donc être éliminée. Pour dégager les effets essentiels de la théorie il faut en effet débarrasser celle-ci de tout détail superflu en limitant le nombre de paramètres au strict minimum, c'est à dire en ne conservant que les effets importants, un calcul ultérieur pouvant ensuite revenir sur une approximation qui semblerait injustifiée.

Nous calculerons par conséquent l'amplitude de transition en nous plaçant dans le cadre de l'approximation de Born, c'est à dire en utilisant

des ondes planes pour décrire les mouvements des centres de masse des diverses particules.

1) Expression des fonctions d'onde dans le système du centre de masse :

Dans le précédent chapitre, nous avons établi l'expression donnant l'amplitude de transition pour une réaction $X(\alpha, n)Z$:

$$I = \langle \vec{k}_3, \chi_3 | \langle \vec{k}_z, \chi_z | V_b | \vec{k}_x, \chi_x \rangle | \vec{k}_n, \chi_n \rangle$$

Comme nous l'avons déjà vu, la cible X est supposée être formée d'un coeur Z et d'un groupement hélium 3 composé de deux protons et d'un neutron. Le neutron incident capture l'Hélium 3, formant ainsi la particule α émergente (figure 9).

Nous désignerons par $\vec{r}_n, \vec{r}_\alpha, \vec{r}_x, \vec{r}_z$ les coordonnées des centres de masse du neutron, de la particule α , de la cible X , du noyau résiduel Z , l'origine de ces coordonnées étant au centre de masse du système.

L'amplitude de transition s'écrira alors :

$$I_{ru} = \int e^{i(\vec{k}_n \vec{r}_n + \vec{k}_x \vec{r}_x - \vec{k}_\alpha \vec{r}_\alpha - \vec{k}_z \vec{r}_z)} \chi_\alpha^*(\vec{r}_\alpha, \vec{\eta}) \chi_z^*(\vec{r}_z, \vec{\xi}) \{V_b\} \chi_x(\vec{r}_x, \vec{\xi}, \vec{\eta}) \chi_n d\vec{r}$$

où $d\vec{r} = d\vec{r}_n d\vec{r}_x d\vec{r}_z d\vec{r}_\alpha d\vec{\xi} d\vec{\eta}$

$\vec{\xi}$ sont les variables internes de Z
 $\vec{\eta}$ celles de l'Hélium 3

χ_n désigne la fonction de spin du neutron.

2) Changement de l'origine du système

Pour simplifier les calculs ultérieurs, nous allons placer l'origine du système, qui était au centre de masse, au centre de la particule Z . De plus nous abandonnons les coordonnées relatives de l'ancien système pour choisir la coordonnée $\vec{r}$ reliant le centre de masse du neutron au centre

de masse du noyau d'hélium 3 et la coordonnée $\vec{R}$ reliant les centres de masse de Z et de la particule He^3 .

D'autre part nous désignerons par $\vec{\rho}$ le vecteur joignant le centre de masse du système au centre de gravité de l'hélium 3.

Avec ces conventions, nous pouvons exprimer les anciennes coordonnées $\vec{r}_n, \vec{r}_\alpha, \vec{r}_x, \vec{r}_z$ en fonction de celles que nous venons de définir. Il vient alors : (figure 10)

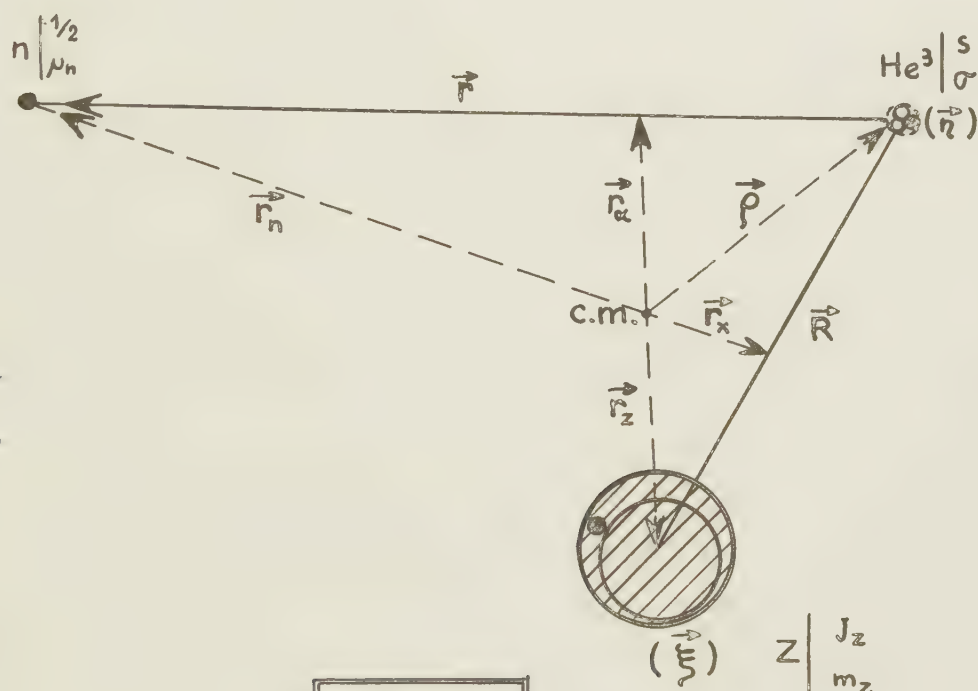


Figure 10

$$\vec{r}_n = \vec{r} + \vec{\rho}$$

$$\vec{r}_\alpha = \frac{M_n}{M_\alpha} \vec{r} + \vec{\rho}$$

$$\vec{r}_x = \vec{\rho} - \frac{M_z}{M_x} \vec{R}$$

$$\vec{r}_z = \vec{\rho} - \vec{R}$$

Si nous rappelons que dans le système du centre de masse :

$$\vec{K}_n + \vec{K}_x = 0$$

$$\vec{K}_\alpha + \vec{K}_z = 0$$

nous pouvons écrire l'argument de l'exponentielle contenue dans I_{pu} :

$$\vec{K}_n \vec{r}_n + \vec{K}_x \vec{r}_x - \vec{K}_\alpha \vec{r}_\alpha - \vec{K}_z \vec{r}_z = \vec{K}_n (\vec{r}_n - \vec{r}_x) - \vec{K}_\alpha (\vec{r}_\alpha - \vec{r}_z) = (\vec{K}_n - \frac{M_n}{M_\alpha} \vec{K}_\alpha) \vec{r} - (\vec{K}_\alpha - \frac{M_z}{M_x} \vec{K}_n) \vec{R}$$

Nous poserons :

$$\text{II} - (1) \quad \begin{cases} \vec{K}_1 = \vec{K}_n - \frac{M_n}{M_\alpha} \vec{K}_\alpha \\ \vec{Q}_1 = \vec{K}_\alpha - \frac{M_z}{M_x} \vec{K}_n \end{cases}$$

Alors I_{pu} s'écrit :

$$I_{pu} = \int e^{i(\vec{K}_1 \vec{r} - \vec{Q}_1 \vec{R})} \chi_\alpha^*(\vec{r}, \vec{\eta}) \chi_z^*(\vec{\xi}) \{V_b\} \chi_x(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) \chi_n d\vec{\eta} d\vec{\xi} d\vec{r} d\vec{R}$$

ou encore, en tenant compte du fait que les indices α, Z, X, n ne sont qu'une notation condensée remplaçant les spins $(J_\alpha, m_\alpha) - (J_z, m_z) - (J_x, m_x) - (\frac{1}{2}, \mu_n)$:

II - (2)

$$I_{pu} = \int e^{i(\vec{K}_1 \vec{r} - \vec{Q}_1 \vec{R})} \chi_{J_\alpha m_\alpha}^*(\vec{r}, \vec{\eta}) \chi_{J_z m_z}^*(\vec{\xi}) \{V_b\} \chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) \chi_{\frac{1}{2} \mu_n} d\vec{\eta} d\vec{\xi} d\vec{r} d\vec{R}$$

II - CALCUL DE L'AMPLITUDE DE TRANSITION

Nous pouvons écrire les fonctions d'onde sous la forme :

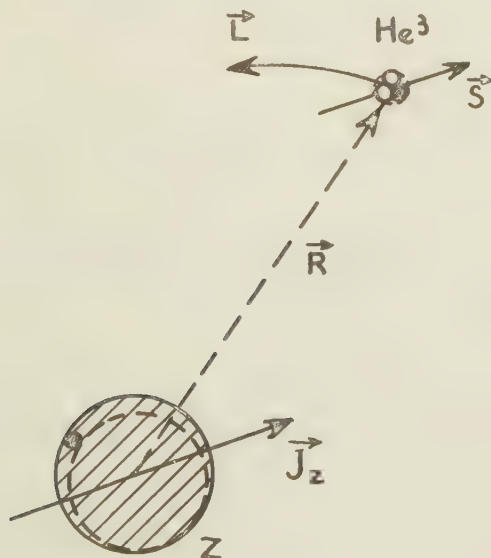
$$\chi_{J_a m_a}(\vec{r}, \vec{\eta}) = \langle \vec{r}, \vec{\eta} | J_a m_a \rangle$$

$$\chi_{J_z m_z}(\vec{\xi}) = \langle \vec{\xi} | J_z m_z \rangle$$

$$\chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \langle \vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta} | J_x m_x \rangle$$

Nous allons décrire les fonctions $\chi_{J_a m_a}(\vec{r}, \vec{\eta})$ et $\chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta})$ à l'aide des fonctions $\chi_{J_z m_z}(\vec{\xi})$ et $\chi_{S, \sigma}(\vec{\eta}) = \langle \vec{\eta} | S, \sigma \rangle$ cette dernière étant la fonction d'onde interne de He^3 .

Commençons d'abord par l'étude de $\chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta})$. Le noyau X est composé d'un coeur Z de spin J_z, m_z et d'une particule He^3 (spin S, σ) de moment angulaire orbital L par rapport à Z. Nous aurons :



$$\vec{J}_x = \vec{J}_z + \vec{L} + \vec{S}$$

Soit :

$$\begin{cases} \vec{J}_x = \vec{J}_z + \vec{j} \\ \vec{j} = \vec{L} + \vec{S} \end{cases}$$

Dans ce cas : $\chi_{j_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \langle \vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta} | j_x m_x \rangle$ donne :

$$|j_x m_x\rangle = \sum_{m_z, \mu} \langle j_z, j; m_z, \mu | j_x m_x \rangle |j_z m_z\rangle |j, \mu\rangle$$

$$|j, \mu\rangle = \sum_{M, \sigma} \langle L, S; M, \sigma | j, \mu \rangle |L, M\rangle |S, \sigma\rangle$$

où $\langle j_z, j; m_z, \mu | j_x m_x \rangle$ et $\langle L, S; M, \sigma | j, \mu \rangle$ représentent les coefficients de Clebsch-Gordan.

D'où :

$$\langle \vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta} | j_x m_x \rangle = \sum_{\substack{m_z, \mu \\ M, \sigma}} \langle j_z, j; m_z, \mu | j_x m_x \rangle \langle L, S; M, \sigma | j, \mu \rangle \langle \vec{R} | L, M \rangle \langle \vec{\eta} | S, \sigma \rangle \langle \vec{\xi} | j_z m_z \rangle$$

Et en passant aux coefficients 3 j avec la relation

$$\text{II - (3)} \quad \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | J M \rangle = \hat{J} (-)^{j_2 - j_1 - M} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ m_1 & m_2 & -M \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec} \quad \hat{J} = \sqrt{2J+1}$$

Nous obtenons :

$$\text{II - (4)} \quad \chi_{j_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \hat{j}_x \hat{j} (-)^{j+S-j_z-L} \sum_{\substack{m_z, \mu \\ M, \sigma}} (-)^{-m_x - \mu} \begin{pmatrix} j_z & j & j_x \\ m_z & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M & \sigma & -\mu \end{pmatrix} \langle \vec{R} | L, M \rangle \chi_{S, \sigma}(\vec{\eta}) \chi_{j_z m_z}(\vec{\xi})$$

La fonction $\langle \vec{R} | L, M \rangle$ fonction de couplage entre le He^3 et le noyau Z, sera décrite ultérieurement ; séparant la dépendance angulaire de cette fonction, nous l'écrirons :

$$\text{II - (5)} \quad \langle \vec{R} | L, M \rangle = \langle R, \Omega | L, M \rangle = F_L(R) \cdot Y_L^M(\Omega)$$

où $\Omega = (\theta, \varphi)$: coordonnées angulaires du vecteur $\vec{R} (R, \theta, \varphi)$.

Remarquons que nous n'avons pas tenu compte du mélange possible des configurations posant le coefficient de mixage $A(j, L)$ égal à 1, ce qui simplifie notablement les calculs ultérieurs.

Considérons maintenant la fonction d'onde $\chi_{J_\alpha m_\alpha}(\vec{r}, \vec{\eta})$.

Nous pouvons écrire :



$$\vec{J}_\alpha = \vec{S} + \vec{l} + \frac{1}{2}$$

ou encore
$$\begin{cases} \vec{J}_\alpha = \vec{S} + \vec{\lambda} \\ \vec{\lambda} = \vec{l} + \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\vec{l}$ étant le moment angulaire orbital du neutron autour du He^3 .

$$|J_\alpha m_\alpha\rangle = \sum_{\sigma', \tau} \langle S, \lambda; \sigma', \tau | J_\alpha, m_\alpha \rangle |S, \sigma'\rangle |\lambda, \tau\rangle$$

$$|\lambda, \tau\rangle = \sum_{m, \mu'_n} \langle \ell, \frac{1}{2}; m, \mu'_n | \lambda, \tau \rangle |\ell, m\rangle |\frac{1}{2}, \mu'_n\rangle$$

Donc :

$$\langle \vec{r}, \vec{\eta} | J_\alpha m_\alpha \rangle = \sum_{\substack{\sigma', \tau \\ m, \mu'_n}} \langle S, \lambda; \sigma', \tau | J_\alpha m_\alpha \rangle \langle \ell, \frac{1}{2}; m, \mu'_n | \lambda, \tau \rangle \langle \vec{r} | \ell, m \rangle \langle \vec{\eta} | S, \sigma' \rangle |\frac{1}{2}, \mu'_n\rangle$$

En appliquant II - (3) nous aboutissons à :

$$\text{II - (6)} \quad \chi_{J_\alpha m_\alpha}(\vec{r}, \vec{\eta}) = \hat{J}_\alpha \hat{\lambda} (-)^{\lambda + \frac{1}{2} - S - \ell} \sum_{\substack{\sigma', \tau \\ m, \mu'_n}} (-)^{-m_\alpha - \tau} \begin{pmatrix} S & \lambda & J_\alpha \\ \sigma' & \tau & -m_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu'_n & -\tau \end{pmatrix} \langle \vec{r} | \ell, m \rangle \chi_{S \sigma'}(\vec{\eta}) \chi_{\frac{1}{2} \mu'_n}$$

Comme précédemment, nous écrirons :

$$\langle \vec{r} | \ell, m \rangle = \langle r, \omega | \ell, m \rangle = f_\ell(r) \cdot Y_\ell^m(\omega)$$

L'amplitude de transition devient en portant les formules II - (4) et II - (6) dans II - (2)

$$I_{pu} = \hat{J}_x \hat{J}_\alpha \hat{\lambda} \hat{J} (-)^{j+\lambda+\frac{1}{2}-j_z-\ell-L} \sum_{\substack{M m_z \mu \sigma \\ m \tau \mu'_n \sigma'}} (-)^{-m_x-\mu-m_\alpha-\tau} \begin{pmatrix} j_z & j & j_x \\ m_z & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M & \sigma & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & \lambda & j_\alpha \\ \sigma' & \tau & -m_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu'_n & -\tau \end{pmatrix} \chi_{\frac{1}{2}\mu'_n}^* \chi_{\frac{1}{2}\mu_n}$$

$$\int \chi_{s\sigma'}^*(\vec{\eta}) \chi_{s\sigma}(\vec{\eta}) \chi_{j_z m_z}^*(\vec{\xi}) \chi_{j_z m_z}(\vec{\xi}) e^{i(\vec{K}_1 \vec{r} - \vec{Q}_1 \vec{R})} Y_{\ell}^m(\Omega) Y_{\ell}^m(\omega) F_{\ell}(R) f_{\ell}^*(r) \{V_b\} d\vec{\eta} d\vec{\xi} d\vec{r} d\vec{R}$$

Nous allons choisir le potentiel d'interaction $\{V_b\}$ central, indépendant des spins. Nous écrirons également $\{V_b\}$ comme la somme des interactions du neutron avec l'Hélium 3 et de l'Hélium 3 avec le coeur ce qui donne :

$$\{V_b\} = V_{nHe^3} + V_{He^3Z} = V(r) + V(R)$$

L'intégration sur $\vec{\eta}$ et $\vec{\xi}$ et la sommation sur μ'_n et σ' deviennent possibles. En posant :

$$\int \chi_{s\sigma'}^*(\vec{\eta}) \chi_{s\sigma}(\vec{\eta}) \chi_{j_z m_z}^*(\vec{\xi}) \chi_{j_z m_z}(\vec{\xi}) d\vec{\eta} d\vec{\xi} = \Theta^{s,j_z} \delta_{\sigma,\sigma'}$$

$$I_{pu} = \Theta^{s,j_z} \hat{J}_x \hat{J}_\alpha \hat{\lambda} \hat{J} (-)^{j+\lambda+\frac{1}{2}-j_z-\ell-L} \sum_{\substack{M m_z \sigma \\ m \tau \mu}} (-)^{-m_x-\mu-m_\alpha-\tau} \begin{pmatrix} j_z & j & j_x \\ m_z & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M & \sigma & -\mu \end{pmatrix}$$

II - (7)

•

$$\begin{pmatrix} S & \lambda & j_\alpha \\ \sigma & \tau & -m_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n & -\tau \end{pmatrix} \int e^{i(\vec{K}_1 \vec{r} - \vec{Q}_1 \vec{R})} Y_{\ell}^m(\Omega) Y_{\ell}^m(\omega) F_{\ell}(R) f_{\ell}^*(r) [V(r) + V(R)] d\vec{r} d\vec{R}$$

Nous allons maintenant développer les ondes planes sur la base des harmoniques sphériques des directions $\vec{R}$ et $\vec{r}$.

Appliquant la formule :

$$\text{II} - (8) \quad e^{i\vec{k}\vec{r}} = 4\pi \sum_{\ell, m} i^\ell j_\ell(kr) Y_\ell^m(\Omega_k) Y_\ell^m(\Omega_r)$$

Nous pouvons écrire :

$$e^{i\vec{k}_1\vec{r}} \cdot e^{-i\vec{Q}_1\vec{R}} = (4\pi)^2 \sum_{\substack{\ell' L' \\ m' M'}} (-1)^{L'+L'} i^{\ell'+L'} j_{\ell'}(K_1 r) j_{L'}(Q_1 R) Y_{\ell'}^{m'*}(\Omega_{K_1}) Y_{\ell'}^{m'}(\omega) Y_{L'}^{M'*}(\Omega) Y_{L'}^{M'}(\Omega_{Q_1})$$

ce qui porté dans II - (7) donne :

$$I_{ru} = (4\pi)^2 \hat{\Theta}^{S, J_z} \hat{J}_x \hat{J}_y \hat{J}_z \hat{J}_x \hat{J}_y \hat{J}_z (-1)^{j+\lambda+\frac{1}{2}-j_z-\ell-L} \sum_{\substack{M m_z \sigma \\ m \tau \mu}} (-1)^{-m_x-m_y-\mu-\tau} \begin{pmatrix} j_z j_x \\ m_z \mu-m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L S j \\ M \sigma-\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S \lambda j_a \\ \sigma \tau-m_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \frac{1}{2} \lambda \\ m \mu_n-\tau \end{pmatrix}$$

$$\sum_{\substack{\ell' L' \\ m' M'}} (-1)^{L'+L'} i^{\ell'+L'} Y_{\ell'}^{m'*}(\Omega_{K_1}) Y_{L'}^{M'}(\Omega_{Q_1}) \int Y_{L'}^{M'*}(\Omega) Y_L^M(\Omega) Y_{\ell'}^{m'*}(\omega) Y_{\ell'}^{m'}(\omega) j_{\ell'}(K_1 r) j_{L'}(Q_1 R) f_\ell^*(r) F_L(R) [V(r)+V(R)] d\vec{r} d\vec{R}$$

Les potentiels $V(r)$ et $V(R)$ ne dépendant que du module des vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{R}$ on peut effectuer les intégrations angulaires :

$$\int Y_{L'}^{M'*}(\Omega) Y_L^M(\Omega) d\Omega = \delta_{L'L} \delta_{M'M}$$

$$\int Y_{\ell'}^{m'*}(\omega) Y_{\ell'}^{m'}(\omega) d\omega = \delta_{\ell'\ell'} \delta_{m'm'}$$

Si de plus nous posons :

$$\text{II} - (9) \quad S_{(K_1, Q_1)}^{\ell, L} = \int j_\ell(K_1 r) f_\ell^*(r) [V(r)+V(R)] F_L(R) j_L(Q_1 R) r^2 dr R^2 dR$$

I_{pu} devient après sommation sur ℓ', m', L', M' :

II - (10)

$$I_{pu} = (4\pi)^2 \Theta^{s, j_z} S^{\ell, L}(\kappa_1, Q_1) \hat{J}_x \hat{J}_\alpha \hat{\lambda} \hat{J}_{(-)}^{j+\lambda+\frac{1}{2}-j_z-\ell} i^{\ell+L} \sum_{\substack{M \ m_z \ \sigma \\ m \ \tau \ \mu}} (-)^{-m_x - m_\alpha - \mu - \tau}$$

$$\begin{pmatrix} J_z & j & J_x \\ m_z & \mu - m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & s & j \\ M & \sigma - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & \lambda & J_\alpha \\ \sigma & \tau - m_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n - \tau \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{\kappa_1}) Y_L^M(\Omega_{Q_1})$$

III - EVALUATION DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE DE PICK-UP

Dans ce paragraphe, nous allons utiliser le fait que le spin de la particule α est toujours nul. Soit :

$$J_\alpha = 0 \quad \text{donc} \quad m_\alpha = 0$$

En appliquant la relation :

$$\text{II - (11)} \quad \begin{pmatrix} J & J' & 0 \\ M & -M' & 0 \end{pmatrix} = \frac{(-)^{J-M}}{\hat{J}} \delta_{JJ'} \delta_{MM'}$$

$$\text{il vient :} \quad \begin{pmatrix} s & \lambda & 0 \\ \sigma & \tau & 0 \end{pmatrix} = \frac{(-)^{s-\sigma}}{\hat{s}} \delta_{s\lambda} \delta_{\sigma, \tau}$$

Nous obtenons, en portant dans II - (10), en remarquant que $\mu = m_x - m_z$ pour que le premier "3j" existe et après sommation sur τ :

$$I_{pu} = (4\pi)^2 |\Theta^{S, J_z}|^2 S_{(\kappa_1, Q_1)}^{\ell, L} \hat{j}_x \hat{j} i^{\ell+L} (-)^{j+2S+\frac{1}{2}-\ell-J_z} \sum_{\substack{M m_z \sigma \\ m \mu}} (-)^{m_z-2m_x}$$

$$\begin{pmatrix} J_z & j & J_x \\ m_z & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M & \sigma & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & S \\ m & \mu_n & \sigma \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{\kappa_1}) Y_L^M(\Omega_{Q_1})$$

Calculons $\sum_{\substack{m_x m_z \\ \mu_n}} I_{pu}^* I_{pu} = \sum_{\substack{m_x m_z \\ \mu_n}} |I_{pu}|^2$

$$\sum_{\substack{m_x m_z \\ \mu_n}} I_{pu}^* I_{pu} = (4\pi)^4 |\Theta^{S, J_z}|^2 |S_{(\kappa_1, Q_1)}^{\ell, L}|^2 \hat{j}^2 \hat{j}_x^2 (-)^{\ell+L} i^{2\ell+2L} (-)^{2j+4S+1-2\ell-2J_z}$$

$$\sum_{\substack{m_x m_z \mu_n \\ m M \mu \sigma \\ m' M' \mu' \sigma'}} (-)^{2m_z-4m_x} \begin{pmatrix} J_z & j & J_x \\ m_z & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_z & j & J_x \\ m_z & \mu' & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M & \sigma & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M' & \sigma' & -\mu' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & S \\ m & \mu_n & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & S \\ m' & \mu_n & \sigma' \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{\kappa_1}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{\kappa_1}) Y_L^M(\Omega_{Q_1}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_1})$$

Le fait que ℓ et L soient des moments orbitaux donc des nombres entiers nous conduit à écrire que $(-)^{2(\ell+L)} = +1$. De même $(-)^{2M} = (-)^{2J}$ car $(J-M)$ est toujours un entier et si on remarque que $2J$ est aussi un entier, soit $(-)^{4J} = +1$

on peut écrire $(-)^{2m_z-4m_x} = (-)^{2J_z}$ et $i^{2\ell+2L} = (-)^{\ell+L}$

Dans ce cas

$$(-)^{2j+4S+1-2\ell-2J_z+2J_z} = (-)^{2j+1}$$

Si nous posons :

$$\text{II} \sim (12) \quad \Gamma_{(K_1, Q_1)}^{J_z S, \ell L} = (4\pi)^4 |\Theta^{S, J_z}|^2 |S_{(K_1, Q_1)}^{\ell, L}|^2 \hat{J}_x^2 \hat{J}^2 (-)^{2j+1}$$

il vient :

$$\begin{aligned} \sum |I_{pu}|^2 &= \Gamma_{(K_1, Q_1)}^{J_z S, \ell L} \sum_{\substack{m_x m_z \mu_n \\ m' m' \mu' \sigma'}} \begin{pmatrix} J_z & j & J_x \\ m_z & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_z & j & J_x \\ m_z & \mu' & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M & \sigma & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M' & \sigma' & -\mu' \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & S \\ m & \mu_n & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & S \\ m' & \mu_n & \sigma' \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{K_1}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{K_1}) Y_L^M(\Omega_{Q_1}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_1}) \end{aligned}$$

La sommation sur m_x et m_z donne $\frac{1}{j} \delta_{\mu\mu'}$

et en sommant sur μ' :

$$\sum |I_{pu}|^2 = \Gamma_{(K_1, Q_1)}^{J_z S, \ell L} \sum_{\substack{\mu \mu_n \\ m' m' \sigma'}} \frac{1}{j} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M & \sigma & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ M' & \sigma' & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & S \\ m & \mu_n & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & S \\ m' & \mu_n & \sigma' \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{K_1}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{K_1}) Y_L^M(\Omega_{Q_1}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_1})$$

Il nous faut maintenant exprimer les harmoniques sphériques en fonction des coefficients "3j" et d'un $Y_L^M(\Omega)$ à l'aide de la relation classique :

$$\text{II} \sim (13) \quad Y_{\ell_1}^{m_1*}(\Omega) Y_{\ell_2}^{m_2}(\Omega) = (-)^{m_1} \sum_{L, M} (-)^{-M} \frac{\hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{L}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & L \\ -m_1 & m_2 & -M \end{pmatrix} Y_L^M(\Omega)$$

dont l'application donne ici :

$$Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{K_1}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{K_1}) = (-)^m \sum_{P,q} (-)^q \frac{\hat{\ell}^2 \hat{P}^2}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell \ell P \\ -m m' -q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell P \\ 0 0 0 \end{pmatrix} Y_P^q(\Omega_{K_1})$$

$$Y_L^M(\Omega_{Q_1}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_1}) = (-)^{M'} \sum_{u,v} (-)^v \frac{\hat{L}^2 \hat{u}^2}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} L L u \\ M -M' -v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L u \\ 0 0 0 \end{pmatrix} Y_u^v(\Omega_{Q_1})$$

D'où :

$$\sum |I_{\mu u}|^2 = \Gamma_{(K_1, Q_1)}^{J_2 S, \ell L} \frac{\hat{\ell}^2 \hat{L}^2}{\hat{j}^2} \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{P u \\ q v}} (-)^{m+M'-q-v} \begin{pmatrix} \ell \ell P \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L u \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} \mu & m & M & \sigma \\ \mu_n & m' & M' & \sigma' \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \ell \frac{1}{2} S \\ m \mu_n \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \frac{1}{2} S \\ m' \mu_n \sigma' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell P \\ -m m' -q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L S j \\ M \sigma -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L S j \\ M' \sigma' -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L u \\ M -M' -v \end{pmatrix} Y_P^q(\Omega_{K_1}) Y_u^v(\Omega_{Q_1})$$

Effectuons un recouplage des moments angulaires en introduisant un coefficient "6 j" au moyen de la formule

$$II = (14) \sum_M \begin{pmatrix} J_1 J L_2 \\ -m_1 M -M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_2 J L_1 \\ M_2 M -M_1 \end{pmatrix} = (-)^{m_1+M_1+J+L_2-L_1-2J_1-2J_2} \sum_{T,t} \hat{T}^2 \begin{Bmatrix} J_1 J_2 T \\ L_1 L_2 J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J_1 J_2 T \\ m_1 m_2 -t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T L_2 L_1 \\ t M_2 -M_1 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons alors sommer sur μ_n en utilisant la relation précédente :

$$\sum_{\mu_n} \begin{pmatrix} \ell \frac{1}{2} S \\ m \mu_n \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \frac{1}{2} S \\ m' \mu_n \sigma' \end{pmatrix} = (-)^{\frac{1}{2}-m-\sigma'} \sum_{A,a} \hat{A}^2 \begin{Bmatrix} \ell \ell A \\ S S \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell A \\ -m m' -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A S S \\ a -\sigma \sigma' \end{pmatrix}$$

Pour effectuer la sommation sur μ nous écrivons :

$$\sum_{\mu} \begin{pmatrix} L & S & j \\ m & \sigma & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & j \\ m' & \sigma' & -\mu \end{pmatrix} = \sum_{\mu} \begin{pmatrix} L & j & S \\ -m & \mu & -\sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & j & S \\ -m' & \mu & -\sigma' \end{pmatrix} = (-1)^{j+M+\sigma'} \sum_{B,b} \hat{B}^2 \begin{Bmatrix} LLB \\ SSj \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} LLB \\ m-m'-b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} BSS \\ b \sigma - \sigma' \end{pmatrix}$$

Dans ces conditions nous avons :

$$\sum |I_{pu}|^2 = \Gamma_{(K_1, Q_1)}^{J_z S, \ell L} \frac{1}{4\pi} \frac{\hat{\ell}^2 \hat{L}^2}{\hat{j}^2} \sum_{\substack{|m \ m \ \sigma| \\ |m' \ m' \ \sigma'| \\ |p \ q, u \ v|}} (-1)^{\frac{1}{2} + j + M + M' - v - q} \hat{p} \hat{u} \hat{A}^2 \hat{B}^2$$

$$\begin{Bmatrix} \ell \ell A \\ SS \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} LLB \\ SSj \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell p \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} LLu \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell p \\ -m \ m' - q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell A \\ -m \ m' - a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ASS \\ a - \sigma \sigma' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} LLu \\ m - m' - v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} LLB \\ m - m' - b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} BSS \\ b \sigma - \sigma' \end{pmatrix} \gamma_p^q(\Omega_{K_1}) \gamma_u^v(\Omega_{Q_1})$$

Mais $M - M' = v$ d'après le sixième "3 j". Donc $(-1)^{M+M'} = (-1)^{2M-v} = (-1)^{2L} \cdot (-1)^{-v} = (-1)^{-v}$ car L est entier. Nous sommes alors sur M et M' , obtenant :

$$\frac{1}{\hat{u}^2} \delta_{uB} \delta_{vb}$$

et de même pour m et m' :

$$\frac{1}{\hat{p}^2} \delta_{pA} \delta_{qa}$$

En sommant sur A, a, B, b il vient :

$$\sum |I_{pu}|^2 = \Gamma_{(K_1, Q_1)}^{j_2 S, \ell L} \frac{1}{4\pi} \frac{\hat{p}^2 \hat{u}^2}{\hat{j}^2} (-)^{j+\frac{1}{2}} \sum_{\substack{\sigma' p u \\ \sigma' q v}} (-)^{-2v-q} \hat{p} \hat{u} \left\{ \begin{matrix} \ell \ell p \\ s s \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L L u \\ s s j \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} \ell \ell p \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L u \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p s s \\ q - \sigma \sigma' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u s s \\ v \sigma - \sigma' \end{pmatrix} Y_p^q(\Omega_{K_1}) Y_u^v(\Omega_{Q_1})$$

Utilisons l'orthogonalité des "3 j" en sommant sur σ et σ'

$$\sum_{\sigma, \sigma'} \begin{pmatrix} p s s \\ q - \sigma \sigma' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u s s \\ v \sigma - \sigma' \end{pmatrix} = (-)^{p+2s+2u} \sum_{\sigma, \sigma'} \begin{pmatrix} s s p \\ \sigma' - \sigma q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s s u \\ \sigma' - \sigma - v \end{pmatrix} = (-)^{3p+2s} \frac{1}{\hat{p}^2} \delta_{pu} \delta_{q,-v}$$

D'où après sommation sur u et v

$$\sum_q |I_{pu}|^2 = \Gamma_{(K_1, Q_1)}^{j_2 S, \ell L} \frac{1}{4\pi} \frac{\hat{p}^2 \hat{u}^2}{\hat{j}^2} (-)^{j+\frac{1}{2}+2s} \sum_{p,q} (-)^{3p+q} \left\{ \begin{matrix} \ell \ell p \\ s s \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L L p \\ s s j \end{matrix} \right\} \\ \begin{pmatrix} \ell \ell p \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L p \\ 0 0 0 \end{pmatrix} Y_p^q(\Omega_{K_1}) Y_p^{-q}(\Omega_{Q_1})$$

Nous pouvons écrire

$$(-)^q Y_p^{-q}(\Omega_{Q_1}) = Y_p^{q*}(\Omega_{Q_1})$$

et comme :

$$\sum_q Y_p^q(\Omega_{K_1}) Y_p^{q*}(\Omega_{Q_1}) = \frac{\hat{p}^2}{4\pi} P_p[\cos(\Omega_{K_1}, \Omega_{Q_1})]$$

où $P_p[\cos(\Omega_{K_1}, \Omega_{Q_1})]$ est le polynôme de Legendre d'ordre p , il vient :

$$\sum |I_{pu}|^2 = \prod_{(K_1, Q_1)}^{J_z S, \ell L} \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{\hat{\ell}^2 \hat{L}^2}{\hat{j}^2} (-)^{j+\frac{1}{2}+2S} \sum_P (-)^{3P} \hat{P}^2 \left\{ \begin{matrix} \ell \ell P \\ s s \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L L P \\ s s j \end{matrix} \right\} \\ \left(\begin{matrix} \ell \ell P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} L L P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) P_P [\cos(\Omega_{K_1}, \Omega_{Q_1})]$$

On peut remarquer que $p \leq 2\ell$ ou $p \leq 2L$. Comme, d'après les "3 j" la somme $L + L + p$ ou $\ell + \ell + p$ doit être toujours paire et que les nombres ℓ et L sont entiers, p est toujours pair. Donc $(-)^{3P} = +1$.

En revenant à la relation II - (12) donnant l'expression de $\prod_{(K_1, Q_1)}^{J_z S, \ell L}$, nous obtenons :

$$\text{II - (15)} \quad \sum |I_{pu}|^2 = (4\pi)^2 |\Theta^{S, J_z}|^2 \cdot |S_{(K_1, Q_1)}^{\ell, L}|^2 \hat{j}_x^2 \hat{\ell}^2 \hat{L}^2 (-)^{3j+\frac{3}{2}+2S}$$

$$\sum_{p \text{ pair}} \hat{P}^2 \left\{ \begin{matrix} \ell \ell P \\ s s \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L L P \\ s s j \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \ell \ell P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} L L P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) P_P [\cos(\Omega_{K_1}, \Omega_{Q_1})]$$

Remarquons que " ℓ " est le moment orbital d'un neutron composant la particule α dans la voie de sortie. Comme $J_\alpha = 0$ il vient $\ell = 0$. Ceci impose $p = 0$.

Dans ce cas :

$$P_0 [\cos(\Omega_{K_1}, \Omega_{Q_1})] = 1$$

Et comme S est le spin de He^3 , $S = \frac{1}{2}$

$$\begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ s & s & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & 0 \\ s & s & j \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\hat{L}^2} (-)^{\frac{3}{2}+j}$$

$$\sum |I_{pv}|^2 = \frac{(4\pi)^2}{2} |\Theta^{s,j_z}|^2 \cdot |S_{(k_1, q_1)}^{l,L}|^2 \hat{J}_x^2$$

Nous avons alors d'après la formule (17) du chapitre I :

$$\frac{d\sigma_{pv}}{d\Omega} = \frac{M_a^* M_b^*}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{K_a}{K_n} \cdot \frac{1}{2\hat{J}_x^2} \sum |I_{pv}|^2$$

Soit :

II - (16)

$$\frac{d\sigma_{pv}}{d\Omega} = \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} \cdot \frac{K_a}{K_n} \cdot |\Theta^{s,j_z}|^2 \cdot |S_{(k_1, q_1)}^{l,L}|^2$$

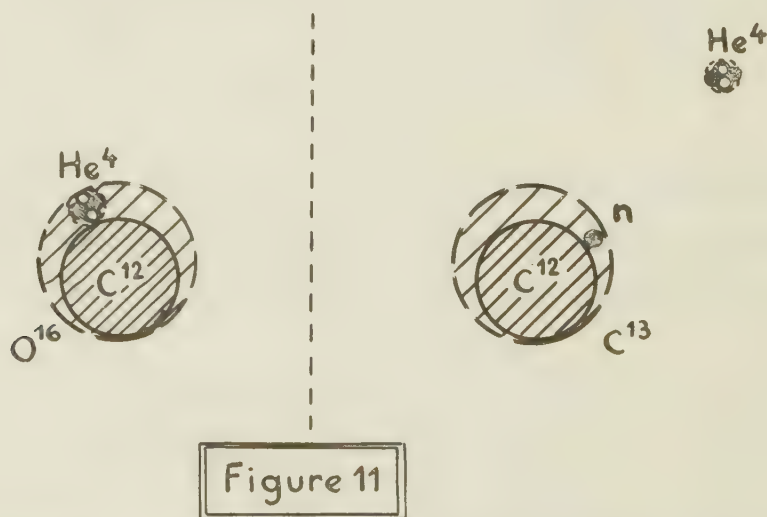
La formule précédente nous permet ainsi d'obtenir les distributions **angulaires** des processus de Pick-up uniquement par l'intermédiaire du terme $S_{(k_1, q_1)}^{l,L}$ qui représente l'intégrale sur les variables r et R .

CHAPITRE III

ETUDE DU PROCESSUS DE KNOCK-OUT

I - EXPRESSION DE L'AMPLITUDE DE TRANSITION

Nous appellerons processus de Knock-Out un modèle où le neutron incident éjecte une particule α de la cible. Si nous prenons encore comme exemple la réaction $^{16}\text{O} (n, \alpha) ^{13}\text{C}$, le neutron incident sera capturé par le Carbone 12 constituant le coeur du noyau et une particule α sera éjectée (figure 11).



Nous remarquons que par rapport au processus de Pick-Up étudié précédemment, le Knock-Out est un processus d'échange puisque le neutron incident ne fera pas partie de l'alpha sortant mais sera capturé par le noyau.

Transportons l'origine du système du centre de masse au centre du coeur C. En prenant comme coordonnées indépendantes la coordonnée relative $\vec{R}$ reliant les centre de masse C et de la particule He^4 ainsi que $\vec{r}$ reliant le centre de masse du neutron incident à celui de C nous pouvons écrire : (figure 12)

$$\left| \begin{array}{l} \vec{r}_n = \vec{r}_c + \vec{r} \\ \vec{r}_\alpha = \vec{r}_c + \vec{R} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} \vec{r}_x = \vec{r}_c + \frac{M_\alpha}{M_x} \vec{R} \\ \vec{r}_z = \vec{r}_c + \frac{M_n}{M_z} \vec{r} \end{array} \right|$$

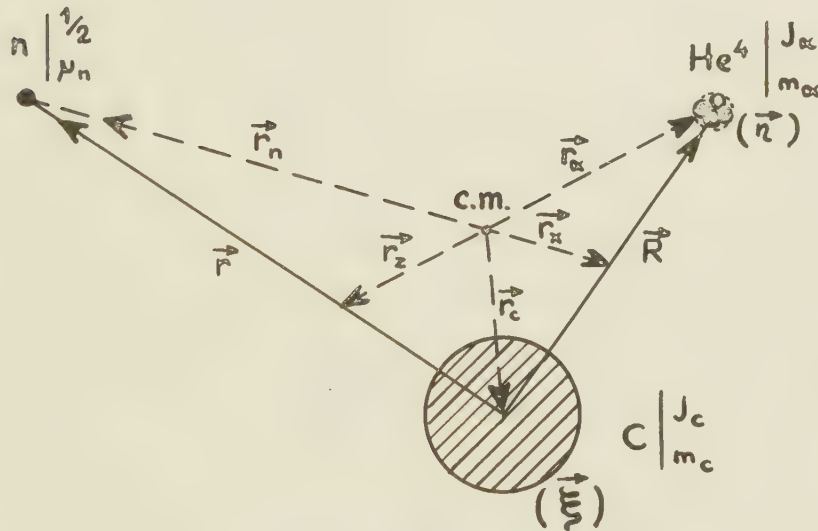


Figure 12

et comme

$$\left| \begin{array}{l} \vec{K}_n + \vec{K}_x = 0 \\ \vec{K}_\alpha + \vec{K}_z = 0 \end{array} \right|$$

$$\vec{K}_n \vec{r}_n + \vec{K}_x \vec{r}_x - \vec{K}_\alpha \vec{r}_\alpha - \vec{K}_z \vec{r}_z = \vec{K}_n (\vec{r}_n - \vec{r}_x) - \vec{K}_\alpha (\vec{r}_\alpha - \vec{r}_z) = \left(\vec{K}_n + \frac{M_n}{M_z} \vec{K}_\alpha \right) \vec{r} - \left(\vec{K}_\alpha + \frac{M_\alpha}{M_x} \vec{K}_n \right) \vec{R}$$

On posera :

$$\text{III} - (1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{K}_2 = \vec{K}_n + \frac{M_n}{M_z} \vec{K}_\alpha \\ \vec{Q}_2 = \vec{K}_\alpha + \frac{M_\alpha}{M_x} \vec{K}_n \end{array} \right.$$

Dans ce système, l'amplitude de transition devient donc :

$$I_{k_0} = \int e^{i(\vec{K}_2 \vec{r} - \vec{Q}_2 \vec{R})} \chi_{\alpha}^*(\vec{\eta}) \chi_z^*(\vec{r}, \vec{\xi}) \{V_b\} \chi_x(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) \chi_n d\vec{\eta} d\vec{\xi} d\vec{r} d\vec{R}$$

Soit encore en indiquant les fonctions à l'aide des spins respectifs

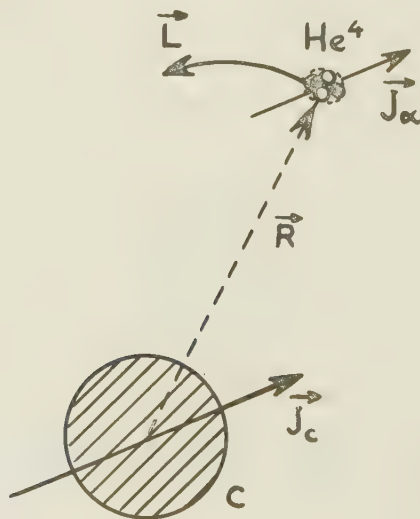
$$\text{III} - (2) \quad I_{k_0} = \int e^{i(\vec{K}_2 \vec{r} - \vec{Q}_2 \vec{R})} \chi_{J_{\alpha} m_{\alpha}}^*(\vec{\eta}) \chi_{J_z m_z}^*(\vec{r}, \vec{\xi}) \{V_b\} \chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) \chi_{\frac{1}{2} \mu_n} d\vec{\eta} d\vec{\xi} d\vec{r} d\vec{R}$$

Nous allons exprimer la fonction d'onde de la cible χ

$$\chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \langle \vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta} | J_x m_x \rangle \quad \text{à l'aide de la fonction}$$

d'onde du coeur et de celle de la particule α . Il faut bien noter que les variables $\vec{\xi}$ représentent maintenant les variables internes du coeur tandis que les variables $\vec{\eta}$ représentent celles de la particule α .

En décomposant les moments angulaires de la manière habituelle nous obtiendrons :



$$\vec{J}_x = \vec{J}_{\alpha} + \vec{J}_c + \vec{L}$$

Soit encore :

$$\begin{cases} \vec{J}_x = \vec{J}_c + \vec{j} \\ \vec{j} = \vec{J}_{\alpha} + \vec{L} \end{cases}$$

Alors :

$$|J_x m_x\rangle = \sum_{m_c, \mu} \langle J_c j, m_c \mu | J_x m_x \rangle |J_c m_c\rangle |j \mu\rangle$$

$$|j \mu\rangle = \sum_{m_d, M} \langle J_d L, m_d M | j \mu \rangle |J_d m_d\rangle |LM\rangle$$

La fonction d'onde du noyau X s'écrit alors dans le cas où le système se trouve dans un état pur :

$$\langle \vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta} | J_x m_x \rangle = \sum_{\substack{m_c, \mu \\ m_d, M}} \langle J_c j, m_c \mu | J_x m_x \rangle \langle L J_d, M m_d | j \mu \rangle \langle \vec{\eta} | J_d m_d \rangle \langle \vec{\xi} | J_c m_c \rangle \langle \vec{R} | LM \rangle$$

en appliquant la relation II - (3) du chapitre II, nous pouvons réécrire l'équation précédente sous la forme :

$$\text{III - (3)} \quad \chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \hat{J}_x \hat{j} (-)^{j+J_d-J_c-L} \sum_{\substack{m_c, \mu \\ m_d, M}} (-)^{-m_x-\mu} \begin{pmatrix} J_c & j & J_x \\ m_c & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & J_d & j \\ M & m_d & -\mu \end{pmatrix} \langle \vec{R} | LM \rangle \chi_{J_d m_d}(\vec{\eta}) \chi_{J_c m_c}(\vec{\xi})$$

Séparant la partie angulaire de la partie radiale dans la fonction $\langle \vec{R} | LM \rangle$ nous écrirons :

$$\langle \vec{R} | LM \rangle = \langle R, \Omega | LM \rangle = F_L(R) \cdot Y_L^M(\Omega)$$

Nous étudions de la même façon la fonction $\chi_{J_z m_z}(\vec{r}, \vec{\xi})$.

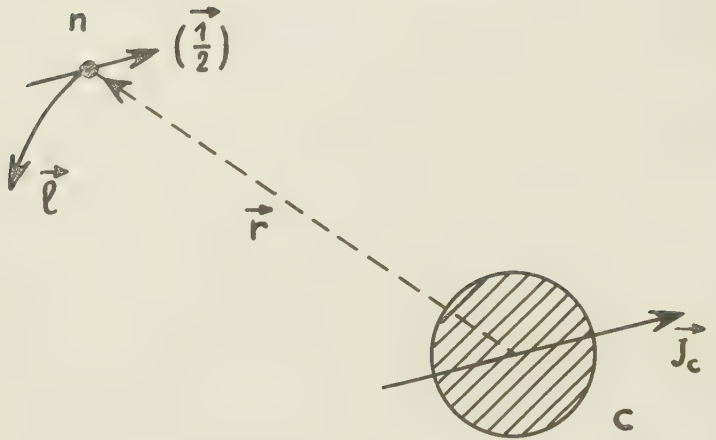
Le noyau Z étant formé du coeur C et du neutron incident n, nous allons

exprimer $\chi_{J_z m_z}(\vec{r}, \vec{\xi})$ avec les fonctions $\chi_{J_c m_c}(\vec{\xi})$ et

$$\chi_{\frac{1}{2} \mu_n}.$$

Ecrivons :

$$\vec{J}_z = \vec{J}_c + \vec{\ell} + \frac{\vec{1}}{2}$$



ou encore :

$$\begin{cases} \vec{J}_z = \vec{J}_c + \vec{\lambda} \\ \vec{\lambda} = \vec{\ell} + \vec{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

Cela nous conduit à :

$$|J_z m_z\rangle = \sum_{m'_c \tau} \langle J_c \lambda, m'_c \tau | J_z m_z \rangle |J_c m'_c\rangle |\lambda \tau\rangle$$

$$|\lambda \tau\rangle = \sum_{m \mu'_n} \langle \ell \frac{1}{2}, m \mu'_n | \lambda \tau \rangle |\ell m\rangle |\frac{1}{2} \mu'_n\rangle$$

Donc :

$$\langle \vec{r} | \vec{\xi} | J_z m_z \rangle = \sum_{\substack{m'_c \tau \\ m \mu'_n}} \langle J_c \lambda, m'_c \tau | J_z m_z \rangle \langle \ell \frac{1}{2}, m \mu'_n | \lambda \tau \rangle \langle \vec{r} | \ell m \rangle \langle \vec{\xi} | J_c m'_c \rangle |\frac{1}{2} \mu'_n\rangle$$

L'application de II - (3) donne :

$$\text{III - (4)} \quad \chi_{J_z m_z}(\vec{r}, \vec{\xi}) = \hat{J}_z \hat{\lambda} (-)^{\lambda + \frac{1}{2} - \ell - J_c} \sum_{\substack{m'_c \tau \\ m \mu'_n}} (-)^{-m_z - \tau} \begin{pmatrix} J_c \lambda J_z \\ m'_c \tau - m_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \frac{1}{2} \lambda \\ m \mu'_n - \tau \end{pmatrix} \langle \vec{r} | \ell m \rangle \chi_{J_c m'_c}(\vec{\xi}) \chi_{\frac{1}{2} \mu'_n}$$

Avec :

$$\langle \vec{r} | \ell m \rangle = \langle r, \omega | \ell m \rangle = f_\ell(r) \cdot Y_\ell^m(\omega)$$

Si nous substituons dans l'équation III - (2) les formules III - (3) et

III = (4) pour les fonctions d'onde $\chi_{J_x m_x}(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{\eta})$ et $\chi_{J_z m_z}(\vec{r}, \vec{\xi})$ nous obtenons pour l'amplitude de transition la relation :

$$I_{\kappa_0} = \hat{J}_x \hat{J}_z \hat{J} \hat{\lambda} (-)^{j+J_d+\frac{1}{2}+\lambda-2J_c-\ell-L} \sum_{\substack{m \ m_d \ \mu \ m_c \\ M \ \tau \ \mu_n \ m'_c}} (-)^{-m_x-m_z-\mu-\tau} \begin{pmatrix} J_c & j & J_x \\ m_c & \mu & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m'_c & \tau & -m_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} L & J_d & j \\ M & m_d & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu'_n & -\tau \end{pmatrix} \chi_{\frac{1}{2} \mu'_n}^* \chi_{\frac{1}{2} \mu_n} \int \chi_{J_d m_d}^*(\vec{\eta}) \chi_{J_d m_d}(\vec{\eta}) \chi_{J_c m'_c}^*(\vec{\xi}) \chi_{J_c m_c}(\vec{\xi}) d\vec{\eta} d\vec{\xi}$$

$$\int e^{i(\vec{K}_2 \vec{r} - \vec{Q}_2 \vec{R})} Y_L^M(\Omega) Y_\ell^{m*}(\omega) F_L^*(R) f_\ell^*(r) \{V_b\} d\vec{r} d\vec{R}$$

En intégrant sur $\vec{\eta}$ et $\vec{\xi}$ nous obtenons en supposant $\{V_b\}$ indépendant de ces variables :

$$\int \chi_{J_d m_d}^*(\vec{\eta}) \chi_{J_d m_d}(\vec{\eta}) \chi_{J_c m'_c}^*(\vec{\xi}) \chi_{J_c m_c}(\vec{\xi}) d\vec{\eta} d\vec{\xi} = \delta_{m_c m'_c} \delta_{J_d J_c}$$

D'autre part, la sommation sur μ'_n et m'_c nous conduit à :

$$I_{\kappa_0} = \Theta^{J_d J_c} \hat{J}_x \hat{J}_z \hat{J} \hat{\lambda} (-)^{j+J_d+\frac{1}{2}+\lambda-2J_c-\ell-L} \sum_{\substack{(-) \\ |m \ m_a \ m_c| \\ |M \ \tau \ \mu|}} (-)^{-m_x-m_z-\mu-\tau} \begin{pmatrix} J_c & j & J_x \\ m_c & \mu-m_x & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m_c & \tau-m_z & \end{pmatrix}$$

III - (5)

$$\begin{pmatrix} L & J_d & j \\ M & m_a-\mu & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n-\tau & \end{pmatrix} \int e^{i(\vec{K}_2 \vec{r} - \vec{Q}_2 \vec{R})} Y_L^M(\Omega) Y_\ell^m(\omega) F_L(R) f_\ell^*(r) \{V_b\} d\vec{r} d\vec{R}$$

$$e^{i(\vec{K}_2 \vec{r} - \vec{Q}_2 \vec{R})}$$

L'exponentielle

de la formule précédente va être

développée sur la base des harmoniques sphériques. En appliquant la formule II - (8), nous exprimons :

$$e^{i\vec{K}_2 \vec{r}} e^{-i\vec{Q}_2 \vec{R}} = (4\pi)^2 \sum_{\substack{(-)^{L'} \\ |\ell' \ m'| \\ |L' \ M'|}} (-)^{L'} i^{\ell'+L'} j_{\ell'}(\kappa_2 r) j_{L'}(Q_2 R) Y_{\ell'}^{m'*}(\Omega_{\kappa_2}) Y_{\ell'}^{m'}(\omega) Y_{L'}^{M'*}(\Omega) Y_{L'}^{M'}(\Omega_{Q_2})$$

Nous réécrivons alors l'amplitude de transition :

$$I_{\kappa_0} = (4\pi)^2 \Theta^{J_d J_c} \hat{J}_x \hat{J}_z \hat{J} \hat{\lambda} (-)^{j+J_d+\frac{1}{2}+\lambda-2J_c-\ell-L} \sum_{\substack{(-) \\ |m \ m_a \ m_c| \\ |M \ \tau \ \mu|}} (-)^{-m_x-m_z-\mu-\tau} \begin{pmatrix} J_c & j & J_x \\ m_c & \mu-m_x & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m_c & \tau-m_z & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} L & J_d & j \\ M & m_a-\mu & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n-\tau & \end{pmatrix} \sum_{\substack{(-)^{L'} \\ |\ell' \ m'| \\ |L' \ M'|}} (-)^{L'} i^{\ell'+L'} Y_{\ell'}^{m'*}(\Omega_{\kappa_2}) Y_{L'}^{M'}(\Omega_{Q_2})$$

$$\int Y_{L'}^{M'*}(\Omega) Y_L^M(\Omega) Y_\ell^{m*}(\omega) Y_{\ell'}^{m'}(\omega) j_{\ell'}(\kappa_2 r) j_{L'}(Q_2 R) f_\ell^*(r) F_L(R) \{V_b\} d\vec{r} d\vec{R}$$

Le potentiel d'interaction $\{V_b\}$ va être choisi, de même qu'au chapitre précédent, central et indépendant des spins, ne dépendant que des modules des vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{R}$.

$$\{V_b\} = V_{nc} + V_{ac} = V(r) + V(R)$$

L'intégration sur ω et Ω est alors triviale et donne:

$$\delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \delta_{LL'} \delta_{MM'}$$

Nous pouvons poser comme dans le chapitre II (formule II-(9))

$$\text{III - (6)} \quad S_{(K_2, Q_2)}^{\ell, L} = \int j_{\ell}(K_2 r) j_L(Q_2 R) \int_{\ell}^* F_L(R) \{V(r) + V(R)\} r^2 R^2 dr dR$$

Nous sommions sur toutes les variables primées (ℓ', L', m', M') dans l'expression de I_{κ_0} qui devient :

$$I_{\kappa_0} = (4\pi)^2 \Theta^{j_c j_c} \hat{j}_x \hat{j}_z \hat{j}_\lambda (-)^{j+j_c+\frac{1}{2}+\lambda-2j_c-\ell} i^{\ell+L} S_{(K_2, Q_2)}^{\ell, L}$$

III - (7)

$$\sum_{\substack{m_c m_a m_c \\ m \tau \mu}} (-)^{-m_x - m_z - \mu - \tau} \begin{pmatrix} j_c j_x \\ m_c \mu - m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c \lambda j_z \\ m_c \tau - m_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L j_a j \\ m m_a - \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \frac{1}{2} \lambda \\ m \mu - \tau \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{K_2}) Y_L^M(\Omega_{Q_2})$$

II - EVALUATION DE LA DISTRIBUTION ANGULAIRE DE KNOCK-OUT

Nous utiliserons le fait que $J_x = 0$, $m_x = 0$. Le coeur C sera considéré comme possédant un spin différent de zéro en toute généralité.

Nous écrirons, à l'aide de la relation II - (11) :

$$\begin{pmatrix} L & 0 & j \\ m & 0 & -\mu \end{pmatrix} = \frac{(-)^{L-M}}{\hat{L}} \delta_{Lj} \delta_{m\mu}$$

Portons ceci dans III - (7) et sommons sur μ . Il vient :

$$I_{\kappa_0} = (4\pi)^2 |\Theta^{J_d J_c}| \hat{J}_x \hat{J}_z \hat{\lambda} (-)^{2L + \frac{1}{2} + \lambda - 2J_c - \ell} i^{\ell+L} S_{(\kappa_2, Q_2)}^{\ell, L} \sum_{\substack{m_x m_z \\ M \tau}} (-)^{-m_x - m_z - 2M - \tau}$$

$$\begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m_c & M & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m_c & \tau & -m_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n & -\tau \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{\kappa_2}) Y_L^M(\Omega_{Q_2})$$

Mais les règles de sélection nous donnent : $\tau = m_z - m_c$ et $m_c - m_x = -M$

Si on remarque que M est toujours entier, on peut écrire $(-)^{-M} = (-)^M$ et $(-)^{-2M} = (-)^{-2L} = 1$.

Dans ce cas I_{κ_0} s'écrit :

$$I_{\kappa_0} = (4\pi)^2 |\Theta^{J_d J_c}| S_{(\kappa_2, Q_2)}^{\ell, L} \hat{J}_x \hat{J}_z \hat{\lambda} (-)^{\frac{1}{2} + \lambda - \ell - 2J_c - 2J_z} i^{\ell+L}$$

$$\sum_{\substack{m_x m_z \\ M \tau}} (-)^M \begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m_c & M & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m_c & \tau & -m_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n & -\tau \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{\kappa_2}) Y_L^M(\Omega_{Q_2})$$

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, nous obtiendrons la section efficace différentielle en sommant le carré du module de l'amplitude de transition sur les moments magnétiques initiaux et finaux.

$$\sum_{\substack{m_x m_z \\ \mu_n}} |I_{\kappa_0}|^2 = (4\pi)^2 |\Theta^{J_d J_c}|^2 |S_{(\kappa_2, Q_2)}^{\ell, L}|^2 \hat{J}_x^2 \hat{J}_z^2 \hat{\lambda}^2 (-)^{\ell+L} i^{2\ell+2L} (-)^{2\lambda+1-2\ell-4J_c-4J_z}$$

$$\sum_{\substack{m_x m_z \mu_n \\ m' M' m'_c \tau'}} (-)^{M+M'} \begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m_c & M & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m'_c & M' & -m'_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m_c & \tau & -m_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m'_c & \tau' & -m'_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n & -\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m' & \mu_n & -\tau' \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{\kappa_2}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{\kappa_2}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_2}) Y_L^M(\Omega_{Q_2})$$

Remarquons que $(-1)^{-2\ell-4J_c-4J_z} = 1$ et de même $(-1)^{\ell+L} \cdot i^{2\ell+2L} = 1$

De plus posons :

$$III - (8) \quad \Gamma_{(K_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L} = (4\pi)^4 |H^{J_c J_c}|^2 \cdot |S_{(K_2, Q_2)}^{\ell, L}|^2 \hat{J}_x^2 \hat{J}_z^2 \hat{\lambda}^2 (-)^{2\lambda+1}$$

Alors nous pouvons écrire :

$$\sum |I_{K_0}|^2 = \Gamma_{(K_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L} \sum_{\substack{m_x m_z \mu_n \\ m M m_c \tau \\ m' M' m'_c \tau'}} (-1)^{M+M'} \begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m_c & M & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m'_c & M' & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m_c & \tau & -m_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m'_c & \tau' & -m_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n & -\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m' & \mu_n & -\tau' \end{pmatrix} Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{K_2}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{K_2}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_2}) Y_L^M(\Omega_{Q_2})$$

La relation II - (14) va nous permettre de sommer sur m_x, m_z et μ_n .

Nous pouvons écrire en effet :

$$\sum_{m_x} \begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m_c & M & -m_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & L & J_x \\ m'_c & M' & -m_x \end{pmatrix} = (-1)^{-m_c-M'+2J_c-J_x} \sum_{A, a} \hat{A}^2 \begin{Bmatrix} J_c & J_c & A \\ L & L & J_x \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J_c & J_c & A \\ -m_c & m'_c & -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & L & L \\ a & -M & M' \end{pmatrix}$$

$$\sum_{m_z} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m'_c & \tau' & -m_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & \lambda & J_z \\ m_c & \tau & -m_z \end{pmatrix} = (-1)^{-m'_c-\tau-2\lambda+2J_c-J_z} \sum_{B, b} \hat{B}^2 \begin{Bmatrix} J_c & J_c & B \\ \lambda & \lambda & J_z \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J_c & J_c & B \\ -m'_c & m_c & -b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B & \lambda & \lambda \\ b & -\tau' & \tau \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \sum_{\mu_n} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m & \mu_n & \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \frac{1}{2} & \lambda \\ m' & \mu_n & \tau' \end{pmatrix} = (-1)^{-m+\tau'+\frac{1}{2}} \sum_{D,d} \hat{D}^2 \begin{Bmatrix} \ell & \ell & D \\ \lambda & \lambda & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell & D \\ -m & m'-d & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D & \lambda & \lambda \\ d & \tau & -\tau' \end{pmatrix}$$

L'utilisation des règles de sélection $\tau = -m_z - m_c$, $\tau' = -m_z - m'_c$ nous donne pour les puissances de (-1) :

$$M + M' - m_c - M' + 2J_c - J_x - m'_c - \tau - 2\lambda + 2J_c - J_z - m + \tau' + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 2\lambda - 2J_c - J_x - J_z + M - m$$

Soit :

$$\begin{aligned} \sum |I_{\kappa_0}|^2 &= \Gamma_{(K_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L} (-1)^{\frac{1}{2} - 2\lambda - 2J_c - J_x - J_z} \sum_{\substack{A \ B \ D \\ a \ b \ d \\ m \ M \ m_c \ \tau \\ m' \ M' \ m'_c \ \tau'}} (-1)^{M-m} \hat{A}^2 \hat{B}^2 \hat{D}^2 \begin{Bmatrix} J_c & J_c & A \\ L & L & J_x \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J_c & J_c & B \\ \lambda & \lambda & J_z \end{Bmatrix} \\ &\quad \begin{Bmatrix} \ell & \ell & D \\ \lambda & \lambda & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J_c & J_c & A \\ -m_c & m'_c - a & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_c & J_c & B \\ -m'_c & m_c - b & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & L & L \\ a & -M & M' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D & \lambda & \lambda \\ d & \tau & -\tau' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B & \lambda & \lambda \\ b & -\tau' & \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell & D \\ -m & m'-d & \end{pmatrix} \\ &\quad \prod_{\ell}^{m*} (\Omega_{\kappa_2}) \prod_{\ell}^{m'} (\Omega_{\kappa_2}) \prod_L^M (\Omega_{Q_2}) \prod_L^{M'*} (\Omega_{Q_2}) \end{aligned}$$

Sommons les deux premiers "3j" sur m_c et m'_c . Il vient :

$$(-1)^{2A} \frac{1}{A^2} \delta_{BA} \delta_{b,-a}$$

La sommation sur τ et τ' donne quant à elle $(-1)^{2\lambda+3B} \frac{1}{B^2} \delta_{DB} \delta_{d,b}$

Portons ces résultats dans $\sum |I_{\kappa_0}|^2$ et sommons l'expression sur B, b, D, d :

$$\sum |I_{k_0}|^2 = \Gamma_{(K_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L} (-)^{\frac{1}{2} - 2J_c - J_x - J_z} \sum_{\substack{m M A \\ m' M' a}} (-)^{M-m+A} \hat{A}^2$$

$$\left\{ \begin{matrix} J_c J_c A \\ L L J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c J_c A \\ \lambda \lambda J_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell \ell A \\ \lambda \lambda \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} A L L \\ \alpha - M M' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell A \\ -m m' a \end{pmatrix}$$

$$Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{K_2}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{K_2}) Y_L^M(\Omega_{Q_2}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_2})$$

Resommons maintenant les harmoniques sphériques de même angle :

$$Y_{\ell}^{m*}(\Omega_{K_2}) Y_{\ell}^{m'}(\Omega_{K_2}) = (-)^m \sum_{p,q} (-)^{-q} \frac{\hat{\ell}^2 \hat{p}^2}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell \ell p \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell p \\ -m m' -q \end{pmatrix} Y_p^q(\Omega_{K_2})$$

$$Y_L^M(\Omega_{Q_2}) Y_L^{M'*}(\Omega_{Q_2}) = (-)^{M'} \sum_{u,v} (-)^{-v} \frac{\hat{L}^2 \hat{u}^2}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} L L u \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L u \\ M - M' -v \end{pmatrix} Y_u^v(\Omega_{Q_2})$$

Nous en déduisons :

$$\sum |I_{k_0}|^2 = \Gamma_{(K_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L} (-)^{\frac{1}{2} - 2J_c - J_x - J_z} \frac{\hat{\ell}^2 \hat{L}^2}{(4\pi)} \sum_{\substack{m M A p u \\ m' M' a q v}} (-)^{M+M'+A-q-v} \hat{A}^2 \hat{p}^2 \hat{u}^2$$

$$\left\{ \begin{matrix} J_c J_c A \\ L L J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c J_c A \\ \lambda \lambda J_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell \ell A \\ \lambda \lambda \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \ell \ell p \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L u \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L L u \\ M - M' -v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A L L \\ \alpha - M M' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \ell \ell A \\ -m m' a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell p \\ -m m' -q \end{pmatrix} Y_p^q(\Omega_{K_2}) Y_u^v(\Omega_{Q_2})$$

Remarquons que $M - M' = v$, donc $M' = M - v$. Comme $(-)^{2M} = (-)^{2L} = 1$ il vient :

$$\begin{aligned} \sum |I_{\kappa_0}|^2 &= \Gamma_{(\kappa_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L} (-)^{\frac{1}{2} - 2J_c - J_x - J_z} \frac{\hat{\ell}^2 \hat{L}^2}{4\pi} \sum_{\substack{m, M, A, P, u \\ m', M', a, q, v}} (-)^{A - q - 2v} \hat{A}^2 \hat{P} \hat{u} \\ &\quad \left\{ \begin{matrix} J_c & J_c & A \\ L & L & J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c & J_c & A \\ \lambda & \lambda & J_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell & \ell & A \\ \lambda & \lambda & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \ell & \ell & P \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & L & u \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & L & u \\ M - M' - v & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & L & L \\ a - M & M' & \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} \ell & \ell & A \\ -m & m' & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell & P \\ -m & m' & -q \end{pmatrix} Y_P^q(\Omega_{\kappa_2}) Y_u^v(\Omega_{Q_2}) \end{aligned}$$

Nous pouvons alors effectuer les sommations sur M , M' et m, m' , ce qui nous donne $(-)^{3A} \frac{1}{\hat{A}^2} \delta_{uA} \delta_{va}$ et $\frac{1}{\hat{P}^2} \delta_{AP} \delta_{a, -q}$ et va nous permettre de sommer sur u, v, A, a après avoir remarqué que $(-)^{4A} = 1$.

$$\begin{aligned} \sum |I_{\kappa_0}|^2 &= \Gamma_{(\kappa_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L} (-)^{\frac{1}{2} - 2J_c - J_x - J_z} \frac{\hat{\ell}^2 \hat{L}^2}{4\pi} \sum_{P, q} (-)^q \left\{ \begin{matrix} J_c & J_c & P \\ L & L & J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c & J_c & P \\ \lambda & \lambda & J_z \end{matrix} \right\} \\ &\quad \left\{ \begin{matrix} \ell & \ell & P \\ \lambda & \lambda & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \ell & \ell & P \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & L & P \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y_P^q(\Omega_{\kappa_2}) Y_P^{-q}(\Omega_{Q_2}) \end{aligned}$$

La sommation sur le nombre quantique magnétique q est alors triviale et donne :

$$\frac{\hat{P}^2}{4\pi} \mathcal{P}_P[\cos(\Omega_{\kappa_2}, \Omega_{Q_2})]$$

où $\mathcal{P}_P[\cos(\Omega_{\kappa_2}, \Omega_{Q_2})]$ est le polynôme de Legendre d'ordre p relatif aux directions Ω_{κ_2} et Ω_{Q_2} .

Il vient alors en remplaçant $\Gamma_{(\kappa_2, Q_2)}^{J_c J_c, \ell L}$ par sa valeur :

$$\sum |I_{k_0}|^2 = (4\pi)^2 |\Theta^{J_c J_c}|^2 \cdot |S_{(K_2, Q_2)}^{\ell, L}|^2 \hat{J}_x^2 \hat{J}_z^2 \hat{\lambda}^2 \hat{\ell}^2 \hat{L}^2 (-)^{2\lambda + \frac{3}{2} - 2J_c - J_x - J_z}$$

$$\sum_P \hat{P}^2 \left\{ \begin{matrix} J_c J_c P \\ L L J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c J_c P \\ \lambda \lambda J_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell \ell P \\ \lambda \lambda \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \ell \ell P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} L L P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) P_P[\cos(\Omega_{K_2}, \Omega_{Q_2})]$$

Du fait que $\vec{J}_z = \vec{J}_c + \vec{\lambda}$ donc $|J_z - J_c| \leq \lambda \leq J_z + J_c$

il résulte que :

$$(-)^{2\lambda} = (-)^{2J_z \pm 2J_c}$$

ce qui amène :

$$\sum |I_{k_0}|^2 = (4\pi)^2 |\Theta^{J_c J_c}|^2 \cdot |S_{(K_2, Q_2)}^{\ell, L}|^2 \hat{J}_x^2 \hat{J}_z^2 \hat{\lambda}^2 \hat{\ell}^2 \hat{L}^2 (-)^{\frac{3}{2} + J_z - J_x}$$

III - (9)

$$\sum_P \hat{P}^2 \left\{ \begin{matrix} J_c J_c P \\ L L J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c J_c P \\ \lambda \lambda J_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell \ell P \\ \lambda \lambda \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \ell \ell P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} L L P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) P_P[\cos(\Omega_{K_2}, \Omega_{Q_2})]$$

Les "3j" $\left(\begin{matrix} \ell \ell P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right)$ et $\left(\begin{matrix} L L P \\ 0 0 0 \end{matrix} \right)$ n'existant que pour des valeurs

$(\ell + \ell + P)$ et $(L + L + P)$ paires, cela entraîne que "p" ne pourra prendre que des valeurs paires. Ce qui donne pour la section efficace différentielle de Knock-Out :

III - (10)

$$\frac{d\sigma_{K0}}{d\Omega} = 2 \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} \frac{K_a}{K_n} \cdot |\Theta^{J_a J_c}|^2 \cdot |S_{(K_2, Q_2)}^{l, L}|^2 \hat{J}_z^2 \hat{\lambda}^2 \hat{\ell}^2 \hat{L}^2 (-)^{\frac{3}{2} + J_z - J_x}$$

$$\sum_{p \text{ pair}} \hat{P}^2 \left\{ \begin{matrix} J_c J_c p \\ L L J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c J_c p \\ \lambda \lambda J_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell \ell p \\ \lambda \lambda \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \ell \ell p \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} L L p \\ 0 0 0 \end{matrix} \right) P_p[\cos(\Omega_{K_z}, \Omega_{Q_2})]$$

La formule précédente est générale. Elle se simplifie considérablement pour le cas des noyaux pair-pair pour lesquels $J_x = 0$, ce qui entraîne $J_c = 0$.

Il s'introduit alors des simplifications notables dans le calcul des symboles " 3 j " et " 6 j " ce qui donne :

III - (11)

$$\frac{d\sigma_{K0}}{d\Omega} = 2 \hat{J}_z^2 \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} \cdot \frac{K_a}{K_n} \cdot |\Theta^{J_a J_c}|^2 \cdot |S_{(K_2, Q_2)}^{l, L}|^2$$

CHAPITRE IV

CALCUL DES INTEGRALES RADIALES

I - CHOIX DES POTENTIELS

Les potentiels d'interaction introduits dans les chapitre II et III ont été soumis à certaines conditions : ils doivent, par exemple, être centraux, indépendants des spins et ne dépendre que des modules des variables relatives reliant les différentes particules entre elles.

Le calcul des intégrales radiales nécessite pourtant encore la résolution de deux questions. Premièrement déterminer la forme des potentiels d'interaction, deuxièmement calculer les fonctions de couplages $f_l(r)$ et $F_L(R)$. Il faut bien voir que dans l'état actuel de nos connaissances, ces deux potentiels seront de nature différente, le potentiel d'interaction étant un potentiel d'interaction à deux corps du type delta, Yukawa ou Gauss, tandis que le potentiel donnant les états liés $f_l(r)$ et $F_L(R)$ sera un potentiel moyen de tous les nucléons du noyau cible, donc du type carré, harmonique etc....

Nous avons choisi un potentiel d'oscillateur harmonique pour décrire les fonctions d'onde d'états liés, celui-ci donnant de très bons résultats tant qu'on ne dépasse pas les premiers niveaux excités.

D'autre part, nous utiliserons comme potentiel d'interaction d'abord un potentiel de portée nulle, puis un potentiel Gaussien, ce qui nous permettra d'obtenir une forme analytique des intégrales radiales et facilitera consi-

dérablement le calcul de la section efficace différentielle de chacun des processus.

Après avoir rappelé dans le prochain paragraphe la méthode de calcul des fonctions d'onde des états liés, nous calculerons les intégrales radiales :

$$S^{\ell,L}(K,Q) = \int_0^\infty \int_0^\infty j_\ell(Kr) f_\ell^*(r) \{V(r) + V(R)\} j_L(QR) F_L(R) r^2 R^2 dr dR$$

II - CALCUL DES FONCTIONS DE COUPLAGE

Formellement, les fonctions $f_\ell(r)$ et $F_L(R)$ à calculer pour le Pick-Up et le Knock-Out sont de même type. Elles décrivent en effet le mouvement relatif d'une particule par rapport à un coeur. On sait alors que la solution générale est de la forme $f_\ell(r) \cdot Y_\ell^m(\omega)$, la partie radiale $f_\ell(r)$ obéissant à l'équation de Schrödinger :

$$\frac{d^2}{dr^2} [r f_\ell(r)] + \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} [E - V(r)] - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right\} [r f_\ell(r)] = 0$$

Posant $W_\lambda(x) = x g_\lambda(x)$, x prenant les valeurs R et r , λ prenant les valeurs L et ℓ c'est à dire

$$W_L(R) = R F_L(R)$$

$$W_\ell(r) = r f_\ell(r)$$

nous écrirons :

$$\frac{d^2}{dx^2} W_\lambda(x) + \left\{ \frac{2m^*}{\hbar^2} [E - V(x)] - \frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2} \right\} W_\lambda(x) = 0$$

Prenant pour $V(x)$ un potentiel harmonique

$$V(x) = -V_0 \left[1 - \frac{x^2}{X_0} \right] \quad \text{pour } x \leq X_0$$

$$V(x) = 0 \quad \text{pour } x > X_0$$

et posant

$$\frac{2m^*}{\hbar^2} [E + V_0] = \varepsilon$$

$$\frac{2m}{\hbar^2} \frac{V_0}{X_0^2} = \mu^2$$

on obtient :

$$\frac{d^2}{dx^2} W_\lambda(x) + \left(\varepsilon - \mu^2 x^2 - \frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2} \right) W_\lambda(x) = 0$$

le changement de variable : $y = \sqrt{\mu} x$ ainsi que $\Lambda = \frac{\varepsilon}{\mu}$ nous conduit à l'équation :

$$\frac{d^2}{dy^2} W_\lambda(y) + \left(\Lambda - y^2 - \frac{\lambda(\lambda+1)}{y^2} \right) W_\lambda(y) = 0$$

Puis le changement de fonction $W_\lambda(y) = y^{\lambda+1} e^{-\frac{y^2}{2}} U(y)$ suivi de $y^2 = z$ nous permet d'écrire :

$$z \frac{d^2}{dz^2} U(z) + \left(\lambda + \frac{1}{2} - z + 1 \right) \frac{d}{dz} U(z) + \frac{1}{4} (\Lambda - 2\lambda - 3) U(z) = 0$$

Posons encore :

$$\lambda + \frac{1}{2} = \kappa$$

$$\frac{1}{4} (\Lambda - 2\lambda - 3) = p$$

Il vient :

$$z \frac{d^2}{dz^2} u(z) + (\kappa + 1 - z) \frac{d}{dz} u(z) + p u(z) = 0$$

Cette équation est une équation différentielle de Laplace dont la solution $u(z)$ s'exprime au moyen des polynômes de Laguerre $L_p^\kappa(z)$:

$$u(z) = L_p^\kappa(z) = \sum_{s=0}^p (-)^s \frac{[(p+\kappa)!]^2}{(p-s)!(\kappa+s)!s!} z^s$$

D'où les fonctions de couplage $g_\lambda(x)$:

$$g_\lambda(x) = A (\sqrt{\mu})^{\lambda+1} x^\lambda e^{-\frac{1}{2}\mu x^2} L_p^{\lambda+\frac{1}{2}}(\mu x^2)$$

A étant un coefficient de normalisation. La fonction d'onde générale est représentée par $g_\lambda(x) Y_\lambda^v(\omega)$. La normalisation donne d'autre part :

$$\int_0^\infty g_\lambda^*(x) g_\lambda(x) x^2 dx = 1$$

Soit en revenant à la variable $z = \mu x^2$ et à $\kappa = \lambda + \frac{1}{2}$

$$\frac{A^2 (\sqrt{\mu})^{2\lambda+2}}{2 \mu^{\lambda+\frac{3}{2}}} \int_0^\infty z^\kappa e^{-z} L_p^\kappa(z) \cdot L_p^\kappa(z) dz = 1$$

ce qui donne

$$A = \frac{1}{(\sqrt{\mu})^{\lambda+1}} \frac{[2 \mu^{\lambda+\frac{3}{2}} p!]^{\frac{1}{2}}}{[(p+\lambda+\frac{1}{2})!]^{\frac{3}{2}}}$$

Si nous posons $p = n-1$, la solution générale nous est donnée par :

IV - (1)

$$\left\{ \begin{aligned} g_{\lambda}(x) &= \sqrt{\frac{2 \mu^{\lambda+\frac{3}{2}} (n-1)!}{[(n+\lambda-\frac{1}{2})!]^3}} x^{\lambda} e^{-\frac{1}{2}\mu x^2} L_n^{\lambda+\frac{1}{2}}(\mu x^2) \\ L_n^{\lambda+\frac{1}{2}}(\mu x^2) &= \sum_{s=0}^{n-1} (-1)^s \frac{[(n+\lambda-\frac{1}{2})!]^2}{(n-1-s)! (\lambda+s+\frac{1}{2})! s!} (\mu x^2)^s \end{aligned} \right.$$

relation valable pour $x \leq X_0$.

Pour x plus grand que X_0 , $V(x) = 0$. Dans ce cas la solution de l'équation différentielle est bien connue. C'est une fonction de Hankel sphérique $a_{\lambda}^{+} h_{\lambda}^{+}(i\bar{\theta} x)$ avec $\bar{\theta} = \sqrt{\epsilon}$.

Remarque :

Dans la suite du calcul nous aurons besoin d'une relation liant le paramètre μ à la valeur moyenne du carré de la longueur x , soit $\langle x^2 \rangle = x_0^2$.

$\langle x^2 \rangle$ se calcule très facilement si l'on se place dans l'état fondamental $n=1$. Nous avons, par définition :

$$\langle x^2 \rangle = \int_0^{\infty} g_{\lambda}^{*}(x) g_{\lambda}(x) x^4 dx$$

Soit :

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2 \mu^{\lambda+\frac{3}{2}}}{(\lambda+\frac{1}{2})!} \int_0^{\infty} x^{2(\lambda+2)} e^{-\mu x^2} dx = \frac{\mu^{\lambda+\frac{3}{2}}}{(\lambda+\frac{1}{2})!} \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2(\lambda+2)} e^{-\mu x^2} dx$$

car la fonction à intégrer est paire.

La relation :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^{2p} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 2^p \sqrt{2} \sigma^{2p+1} \Gamma(p + \frac{1}{2})$$

nous permet d'écrire en posant dans l'intégrale à calculer $p = \frac{\lambda+2}{2}$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\mu^{\lambda+3/2}}{(\lambda+1/2)!} 2^p \sqrt{2} \frac{1}{2 \mu^{p+1/2}} \Gamma(p + \frac{1}{2}) \quad \mu = \frac{1}{2\sigma^2}$$

Soit, toutes réductions faites :

$$IV - (12) \quad x_o^2 = \left(\lambda + \frac{3}{2}\right) \frac{1}{\mu}$$

Pour éviter certaines confusions dans la suite du calcul, nous avons remplacé μ par α lorsqu'il s'agissait de la fonction $F_L(R)$ et par β pour la fonction $f_\ell(r)$. Il faudra noter également que le x_o^2 introduit précédemment est différent du $(X_o)^2$, point de coupure du potentiel harmonique.

III - CALCUL DES $S_{(K,Q)}^{\ell,L}$

Nous avons posé dans les chapitres II et III

$$S_{(K,Q)}^{\ell,L} = \iint_0^\infty j_\ell(Kr) j_L(QR) f_\ell^*(r) \{V(r) + V(R)\} F_L(R) r^2 dr R^2 dR$$

Si nous développons l'intégrale $S_{(K,Q)}^{\ell,L}$ nous obtenons :

$$S_{(k,q)}^{l,L} = \int_0^{\infty} j_L(qR) F_L(R) R^2 dR \int_0^{\infty} j_l(kr) f_l^*(r) V(r) r^2 dr \\ + \int_0^{\infty} j_l(kr) f_l^*(r) r^2 dr \int_0^{\infty} j_L(qR) F_L(R) V(R) R^2 dR$$

En examinant l'expression précédente, nous nous apercevons que $S_{(k,q)}^{l,L}$ est composée de deux types d'intégrales :

$$I_{\lambda}^{(1)}(\theta, \mu) = \int_0^{\infty} j_{\lambda}(\theta x) g_{\lambda}(x) x^2 dx \\ I_{\lambda}^{(2)}(\theta, \mu) = \int_0^{\infty} j_{\lambda}(\theta x) g_{\lambda}(x) V(x) x^2 dx$$

avec :

$$\theta = q \text{ ou } k, \quad \mu = \alpha \text{ ou } \beta$$

Considérant que le potentiel harmonique n'a une valeur non nulle que de 0 à X_0 , les intégrales $I_{\lambda}^{(1)}(\theta, \mu)$ et $I_{\lambda}^{(2)}(\theta, \mu)$ auront la forme :

$$I_{\lambda}^{(1)}(\theta, \mu) = \int_0^{X_0} j_{\lambda}(\theta x) g_{\lambda}(x) x^2 dx + a_{\lambda}^+ \int_{X_0}^{\infty} j_{\lambda}(\theta x) h_{\lambda}^+(i\bar{\theta} x) x^2 dx$$

et de même pour $I_{\lambda}^{(2)}(\theta, \mu)$

Sous la forme précédente, ni $I_{\lambda}^{(1)}(\theta, \mu)$, ni $I_{\lambda}^{(2)}(\theta, \mu)$ ne sont calculables analytiquement. Cependant on peut voir que les fonctions

$g_\lambda(x)$ et $h_\lambda^+(i\bar{\theta}x)$ décroissent très rapidement. Par conséquent, et pourvu que X_0 ne soit pas trop petit, la deuxième intégrale sera petite devant la première. On peut alors faire l'approximation suivante : remplacer, dans la deuxième intégrale, la fonction de Hankel $h_\lambda^+(i\bar{\theta}x)$ par la fonction de Laguerre $g_\lambda(x)$. L'erreur que l'on commet est représentée par la différence :

$$\eta = a_\lambda^+ \int_{X_0}^{\infty} j_\lambda(\theta x) h_\lambda^+(i\bar{\theta}x) x^2 dx - \int_{X_0}^{\infty} j_\lambda(\theta x) g_\lambda(x) x^2 dx = \int_{X_0}^{\infty} j_\lambda(\theta x) [a_\lambda^+ h_\lambda^+(i\bar{\theta}x) - g_\lambda(x)] x^2 dx$$

Cette différence est d'autant plus petite que pour $x = X_0$, nous avons à la fois : $g_\lambda(X_0) = a_\lambda^+ h_\lambda^+(i\bar{\theta}X_0)$ et :

$$\left[\frac{d}{dx} g_\lambda(x) \right]_{x=X_0} = a_\lambda^+ \left[\frac{d}{dx} h_\lambda^+(i\bar{\theta}x) \right]_{x=X_0}$$

Par conséquent, pour $x \geq X_0$ et inférieur à une borne X_1 avec $X_1 > X_0$, on peut dire que la différence η entre X_0 et X_1 est faible.

Pour $x > X_1$ la différence entre les fonctions $g_\lambda(x)$ et $a_\lambda^+ h_\lambda^+(i\bar{\theta}x)$ grandit puisque la première des fonctions décroît comme e^{-x} et la deuxième comme e^{-x^2} . Cependant, l'erreur diminue car la grandeur absolue des deux intégrales de η devient très petite. En effet, une erreur entre deux infiniment petits ε et ε' est un infiniment petit.

Dans la figure 13 a, nous avons représenté les fonctions $g_\lambda(x)$ et $a_\lambda^+ h_\lambda^+(i\bar{\theta}x)$ pour $x \geq X_0$. On peut remarquer que l'amplitude maximale de ces fonctions dans cet intervalle est le millième de l'amplitude maximale de la fonction d'onde globale. Sur la figure 13 b, les fonctions sont représentées en coordonnées semi-logarithmiques. La figure 13 c, représente la fonction $\xi_\lambda(x) = [a_\lambda^+ h_\lambda^+(i\bar{\theta}x) - g_\lambda(x)]$ différence entre la fonction normalement utilisable et celle que nous avons employée dans nos calculs. Elle est pratiquement nulle partout sauf pour $9 \text{ Fm} \leq x \leq 15 \text{ Fm}$ où son amplitude

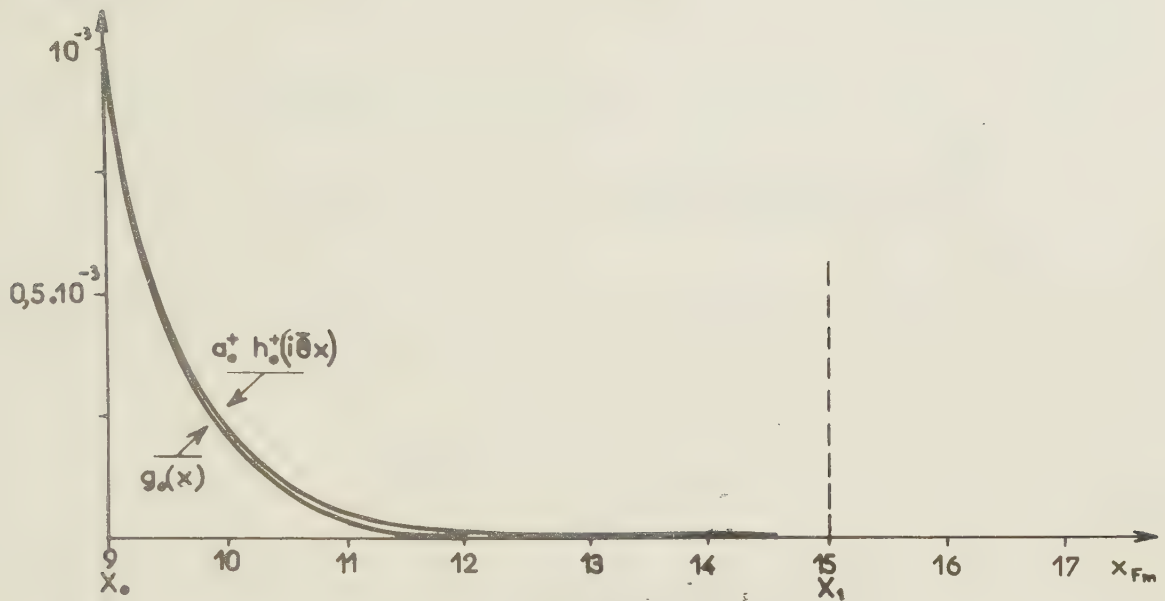


Figure 13a

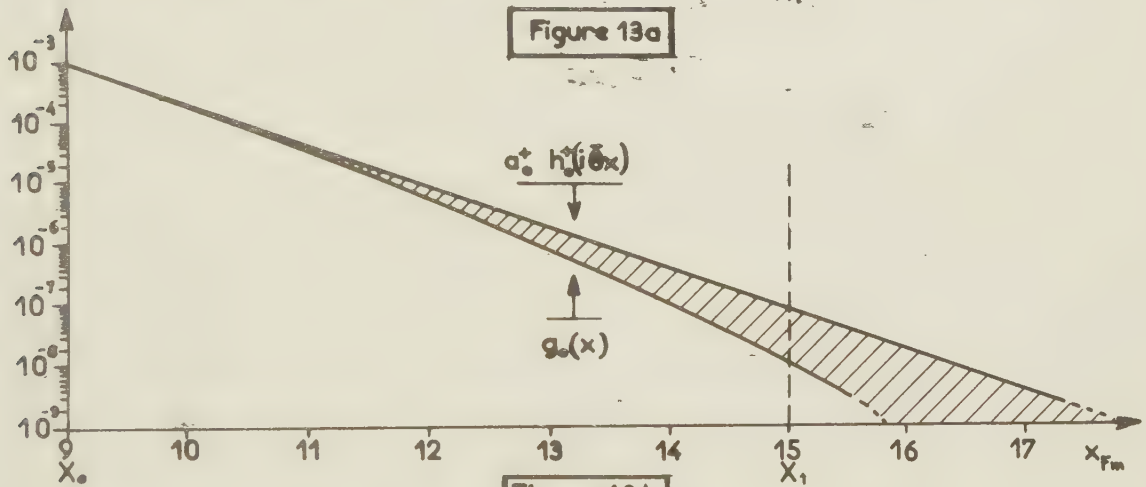


Figure 13b

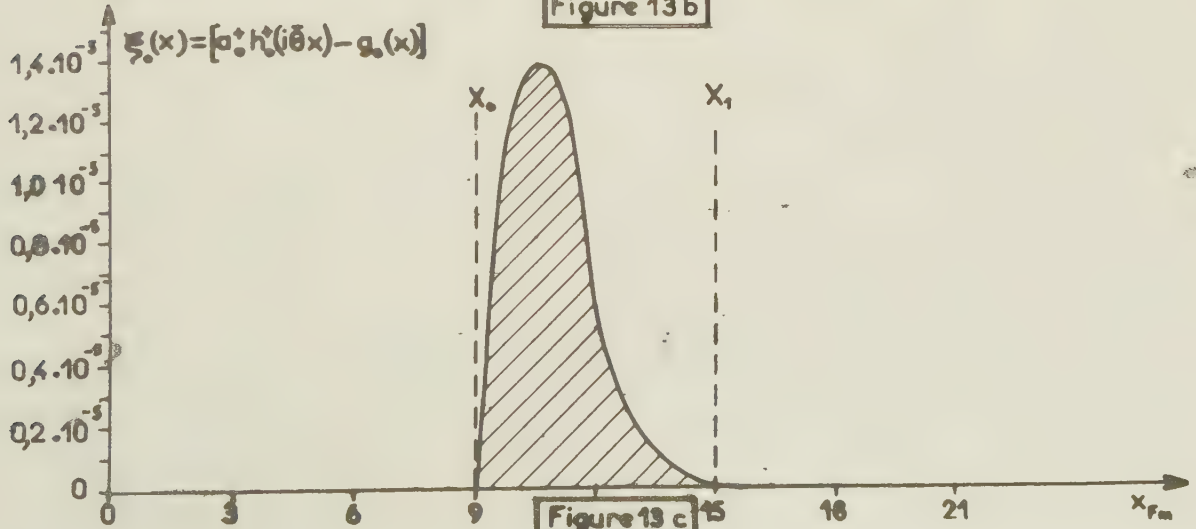


Figure 13c

croît jusqu'à une valeur égale à $1,4 \cdot 10^{-5}$ fois l'amplitude maximale de la fonction $g_0(x)$.

On peut donc considérer que l'approximation faite dans le cas de l'intégrale $I_\lambda^{(1)}(\theta, \mu)$ est justifiée.

Elle l'est encore plus dans le cas de l'intégrale $I_\lambda^{(2)}(\theta, \mu)$.

En effet, il intervient dans $I_\lambda^{(2)}(\theta, \mu)$ les potentiels d'interaction que nous prendrons de portée nulle ou Gaussien, c'est à dire de la forme :

$$V(x) = u_0 N_x x_0 \delta(x-x_0)$$

ou

$$\begin{cases} V(x) = V_0 e^{-\frac{x^2}{a^2}} \\ V_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \mu^2 X_0^2 \end{cases} \quad \text{avec } x = r, R$$

Si on considère l'interaction $K \delta(x-x_0)$, nous aurons nécessairement x_0 plus petit que X_0 , car, physiquement, l'interaction se produit au voisinage de la surface du noyau. En effet un calcul nous a montré que pour $V_0 = 30$ MeV, X_0 était supérieur à 9 Fermi. Dans ce cas l'erreur commise η sera nulle. En effet :

$$\eta = K \left\{ a_\lambda^+ \int_{X_0}^{\infty} j_\lambda(\theta x) h_\lambda^+(i\bar{\theta}x) \delta(x-x_0) x^2 dx - \int_{X_0}^{\infty} j_\lambda(\theta x) g_\lambda(x) \delta(x-x_0) x^2 dx \right\}$$

Or x_0 est à l'extérieur de l'intervalle $[X_0, \infty]$, donc, d'après les propriétés de la fonction de Dirac, chacune des intégrales est nulle ce qui entraîne la nullité de η .

Si maintenant le potentiel d'interaction est gaussien, les intégrales convergent plus rapidement encore, ce qui donne une différence η beaucoup plus petite.

Nous calculerons donc les intégrales $I_\lambda^{(1)}(\theta, \mu)$ et $I_\lambda^{(2)}(\theta, \mu)$

avec l'hypothèse que l'intégration peut être faite de 0 à l'infini, ce qui nous donne :

- pour le potentiel delta :

$$IV - (3) \quad I_{\lambda}^{(2)}(\theta, \mu) = U_0 N_x x_0^3 j_{\lambda}(\theta x_0) g_{\lambda}(x_0)$$

- pour le potentiel gaussien :

L'intégrale à calculer s'écrit

$$V_0 I_{\lambda}^{(2)}(\theta, \mu) = V_0 \int_0^{\infty} j_{\lambda}(\theta x) g_{\lambda}(x) e^{-\frac{x^2}{a^2}} x^2 dx$$

Remarquons que $g_{\lambda}(x)$ a pour expression :

$$g_{\lambda}(x) = \sum_{s=0}^{n-1} H(s, \lambda, n; \mu) x^{2s+\lambda} e^{-\frac{1}{2}\mu x^2}$$

avec

$$IV - (4) \quad H(s, \lambda, n; \mu) = (-)^s \frac{[(n-1)!(n+\lambda-\frac{1}{2})! 2^{\frac{1}{2}} \mu^{2s+\lambda+\frac{3}{2}}]^{\frac{1}{2}}}{s! (n-1-s)! (\lambda+s+\frac{1}{2})!}$$

ce qui nous donne :

$$I_{\lambda}^{(2)}(\theta, \mu) = \int_0^{\infty} \sum_{s=0}^{n-1} j_{\lambda}(\theta x) H(s, \lambda, n; \mu) x^{2s+\lambda+2} e^{-\frac{1}{2}(\mu+\frac{2}{a^2})x^2} dx$$

c'est à dire que si l'on pose $\bar{\mu} = (\mu + \frac{2}{a^2})$, on obtient une expression formellement identique à $I_{\lambda}^{(1)}(\theta, \mu)$ en prenant $\bar{\mu}$ au lieu de μ dans l'exponentielle.

Considérant que :

$$IV - (5) \quad j_{\lambda}(\rho) = \left[\rho^{\lambda} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \right)^{\lambda} \right] j_0(\rho)$$

En posant $\rho = \theta x$ et en dérivant par rapport à θ on obtient :

$$j_{\lambda}(\theta x) = \left[\theta^{\lambda} \left(\frac{x}{x^2} \right)^{\lambda} \left(-\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\lambda} \right] j_0(\theta x)$$

ou encore

$$x^{\lambda} j_{\lambda}(\theta x) = \theta^{\lambda} (-)^{\lambda} \left(\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\lambda} j_0(\theta x)$$

C'est à dire si on écrit l'intégrale $I_{\lambda}(\theta, \mu, \bar{\mu})$ sous la forme

$$I_{\lambda}(\theta, \mu, \bar{\mu}) = \sum_{s=0}^{n-1} H(s, \lambda, n; \mu) K_{s, \lambda}(\theta, \bar{\mu})$$

avec

$$K_{s, \lambda}(\theta, \bar{\mu}) = \int_0^{\infty} j_{\lambda}(\theta x) x^{2s+\lambda+2} e^{-\frac{1}{2} \bar{\mu} x^2} dx$$

il vient en utilisant les relations précédentes et le fait que

$$j_0(\theta x) = \frac{\sin \theta x}{\theta x} \quad \text{et} \quad \sin \theta x = -\frac{1}{x} \frac{d}{d\theta} (\cos \theta x)$$

$$K_{s, \lambda}(\theta, \bar{\mu}) = \theta^{\lambda} (-)^{\lambda} \left(\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\lambda} \int_0^{\infty} j_0(\theta x) x^{2s+2} e^{-\frac{1}{2} \bar{\mu} x^2} dx$$

Soit :

$$K_{s,\lambda}(\theta, \bar{\mu}) = \theta^\lambda (-)^{\lambda+1} \left(\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\lambda+1} \int_0^\infty \cos \theta x \, x^{2s} e^{-\frac{1}{2} \bar{\mu} x^2} dx$$

Si on pose :

$$C^{2s}(\theta, \bar{\mu}) = \int_0^\infty \cos \theta x \, x^{2s} e^{-\frac{1}{2} \bar{\mu} x^2} dx$$

nous trouvons que

$$C^{2s}(\theta, \bar{\mu}) = (-)^s \left(\frac{d}{d\theta} \right)^{2s} C^0(\theta, \bar{\mu})$$

Or :

$$C^0(\theta, \bar{\mu}) = \int_0^\infty \cos \theta x \, e^{-\frac{1}{2} \bar{\mu} x^2} dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \theta x \, e^{-\frac{1}{2} \bar{\mu} x^2} dx$$

car la fonction à intégrer est paire. Soit encore :

$$C^0(\theta, \bar{\mu}) = \frac{1}{2} \text{P.R.} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\theta x - \frac{\bar{\mu}}{2} x^2} dx$$

qui avec le changement de variable :

$$X = \frac{i\theta}{\bar{\mu}} - x$$

nous donne le résultat :

$$C^0(\theta, \bar{\mu}) = \sqrt{\frac{\pi}{2\bar{\mu}}} e^{-\frac{\theta^2}{2\bar{\mu}}}$$

Alors la fonction $K_{s,\lambda}(\theta, \bar{\mu})$ devient :

$$K_{s,\lambda}(\theta, \bar{\mu}) = \theta^\lambda \sqrt{\frac{\pi}{2\bar{\mu}}} (-)^{\lambda+s+1} \left(\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\lambda+1} \left(\frac{d}{d\theta} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{\theta^2}{2\bar{\mu}}} \right)$$

ce qui nous donne pour $I_\lambda(\theta, \bar{\mu})$:

$$IV - (6) \quad I_\lambda(\theta, \bar{\mu}, \mu) = \sum_{s=0}^{n-1} H(s, \lambda, n; \mu) \theta^\lambda \sqrt{\frac{\pi}{2\bar{\mu}}} (-)^{\lambda+s+1} \left(\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\lambda+1} \left(\frac{d}{d\theta} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{\theta^2}{2\bar{\mu}}} \right)$$

Nous allons nous placer pour les calculs numériques au niveau fondamental c'est à dire $n=1$, $s=0$, ce qui nous permettra de développer totalement $I_\lambda(\theta, \bar{\mu}, \mu)$ en remarquant que

$$H(0, \lambda, 1; \mu) = \sqrt{\frac{2}{(\lambda+\frac{1}{2})!}} \sqrt{\mu^{\lambda+\frac{3}{2}}}$$

Nous pouvons écrire :

$$I_\lambda(\theta, \bar{\mu}, \mu) = \sqrt{\frac{\pi}{(\lambda+\frac{1}{2})!}} \sqrt{\frac{\mu^{\lambda+\frac{3}{2}}}{\bar{\mu}}} \theta^\lambda (-)^{\lambda+1} D^\lambda(\theta, \bar{\mu})$$

où nous avons posé :

$$D^{\lambda}(\theta, \bar{\mu}) = \left(\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \right)^{\lambda+1} (e^{-\frac{\theta^2}{2\bar{\mu}}})$$

le calcul de $D^{\lambda}(\theta, \bar{\mu})$ pour $\lambda = 0, 1, 2, \dots$ nous conduit à la relation générale :

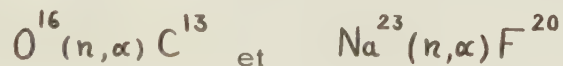
$$D^{\lambda}(\theta, \bar{\mu}) = (-)^{\lambda+1} \frac{1}{\bar{\mu}^{\lambda+1}} e^{-\frac{\theta^2}{2\bar{\mu}}}$$

On en déduit :

IV - (7)

$$I_{\lambda}(\theta, \bar{\mu}, \mu) = \sqrt{\frac{\pi \cdot 2^{\lambda+1}}{(2\lambda+1)!!}} \frac{\mu^{\frac{2\lambda+3}{4}}}{\bar{\mu}^{\frac{2\lambda+3}{2}}} \theta^{\lambda} e^{-\frac{\theta^2}{2\bar{\mu}}}$$

Avec ces expressions, nous allons pouvoir étudier les applications à des réactions particulières d'une façon très systématique. Nous traiterons les cas des réactions suivantes :



dont l'étude expérimentale a été faite, ce qui nous permettra de comparer théorie et expérience.

CHAPITRE V

APPLICATION DES RESULTATS PRECEDENTS

A DES REACTIONS PARTICULIERES

Nous nous proposons dans ce chapitre d'appliquer les résultats précédents à l'étude des réactions $O^{16} (n, \alpha) C^{13}$ et $Na^{23} (n, \alpha) F^{20}$. Nous obtiendrons des formes analytiques plus simples en utilisant d'abord un potentiel de portée nulle, l'effet de la forme de ces potentiels étant étudié par la suite en considérant d'autres types de forces et notamment une interaction gaussienne.

Les applications numériques ont été faites en utilisant une calculatrice I.B.M. 1620. Nous avons programmé ces calculs en langage FORTRAN et l'ordinogramme correspondant est donné en Appendice. La nature analytique des intégrales radiales a permis de réduire très considérablement le temps de calcul machine puisque nous obtenions une cadence de 300 points en 30 minutes, soit un point de la courbe toutes les six secondes. L'utilisation de l'ordinateur a facilité considérablement l'étude numérique du problème et a rendu possible le tracé d'un réseau de courbes correspondant à différentes valeurs des paramètres, ce qui n'était pas envisageable par un calcul manuel puisque chaque point calculé nécessiterait environ deux heures de travail.

I - UTILISATION D'UN POTENTIEL DE PORTEE NULLE

Avant de particulariser le problème, nous allons exprimer les sections efficaces différentielles de Pick-Up et de Knock-Out de la façon la plus générale.

Les intégrales radiales $S_{(K_i, Q_i)}^{l, L}$ et $S_{(K_i, Q_i)}^{l, L}$ s'écrivent :

$$S_{(K_i, Q_i)}^{l, L} = U_0 N_r \int_0^\infty j_\ell(K_i r) f_\ell(r) r_i \delta(r-r_i) r^2 dr \int_0^\infty j_L(Q_i R) F_L(R) R^2 dR \\ + U_0 N_R \int_0^\infty j_\ell(K_i r) f_\ell(r) r^2 dr \int_0^\infty j_L(Q_i R) F_L(R) R_i \delta(R-R_i) R^2 dR$$

avec $i = 1$ ou 2 suivant que l'on étudie le processus de Pick-Up ou de Knock-Out. La définition des fonctions $f_\ell(r)$ et $F_L(R)$ jointe aux relations IV-(3) et IV-(6) donnant la valeur des intégrales nous conduit à écrire :

$$V - (1) \quad S_{(K_i, Q_i)}^{l, L} = U_0 N_r r_i^3 j_\ell(K_i r_i) f_\ell(r_i) \sum_{s=0}^{N-1} H(s, L, N; \alpha_i) Q_i^L \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha_i}} (-)^{L+s+1} \\ \left(\frac{1}{Q_i} \frac{d}{dQ_i} \right)^{L+1} \left(\frac{d}{dQ_i} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{Q_i^2}{2\alpha_i}} \right) + U_0 N_R R_i^3 j_L(Q_i R_i) F_L(R_i) \\ \sum_{s=0}^{N-1} H(s, l, n; \beta_i) K_i^l \sqrt{\frac{\pi}{2\beta_i}} (-)^{l+s+1} \left(\frac{1}{K_i} \frac{d}{dK_i} \right)^{l+1} \left(\frac{d}{dK_i} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{K_i^2}{2\beta_i}} \right)$$

ces formules s'introduisant dans les relations précédemment établies

$$\frac{d\sigma_{pu}}{d\Omega} = \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} \cdot \frac{K_\alpha}{K_n} \cdot \left| \langle \Theta \rangle^{J_z, S} \right|^2 \cdot \left| S_{(\kappa_1, Q_1)}^{0, L} \right|^2$$

$$V - (2) \quad \frac{d\sigma_{ko}}{d\Omega} = 2 \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} \cdot \frac{K_\alpha}{K_n} \cdot \left| \langle \Theta \rangle^{J_z, J_z} \right|^2 \cdot \left| S_{(\kappa_2, Q_2)}^{l, L} \right|^2 \hat{J}_z^2 \hat{\lambda}^2 \hat{\ell}^2 \hat{L}^2 (-)^{\frac{3}{2} + J_z - J_x}$$

$$\sum_{P \text{ pair}} \hat{P}^2 \left\{ \begin{matrix} J_c & J_c & P \\ L & L & J_x \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_c & J_c & P \\ \lambda & \lambda & J_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \ell & \ell & P \\ \lambda & \lambda & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left(\begin{matrix} \ell & \ell & P \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} L & L & P \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) P_P[\cos(\Omega_{\kappa_2}, \Omega_{Q_2})]$$

et dans le cas des noyaux pair-pair ($J_c = 0$):

$$\frac{d\sigma_{ko}}{d\Omega} = 2 \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} \cdot \frac{K_\alpha}{K_n} \hat{J}_z^2 \cdot \left| \langle \Theta \rangle^{J_z, J_z} \right|^2 \cdot \left| S_{(\kappa_2, Q_2)}^{l, 0} \right|^2$$

Si nous voulons maintenant étudier la réaction $O^{16}(n, \alpha)C^{13}$ nous remarquerons que l'oxygène 16 est un noyau pair-pair, les spins de l'oxygène 16, du Carbone 13, de la particule α et de l'Hélium 3 étant

$$J_x = 0^+ \quad , \quad J_z = \frac{1}{2}^- \quad , \quad J_\alpha = 0^+ \quad , \quad S = \frac{1}{2}^+$$

les règles de sélection et de parité donnent $L = 1$ pour le Pick-Up et $\ell = 1$ pour le Knock-Out, nous résumerons donc ces propriétés dans le tableau suivant :

	ℓ	L
P.U.	0	1
K.O.	1	0

Nous plaçant au niveau fondamental ($n = 1$ et $s = 0$) nous obtenons finalement :

Pour le Pick-Up:

V - (3)

$$\frac{d\sigma_{pu}}{d\Omega} = \frac{(16)^2 \pi}{3} \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} |\Theta^{J_z, S}|^2 U_0^2 \frac{K_n}{K_n} \left[4 \left\{ \left(\frac{3}{5} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{2}{5} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{5}{4}} \right\} (r_1 R_1)^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{\sin Q_1 R_1}{Q_1^2 R_1^2} - \frac{\cos Q_1 R_1}{Q_1 R_1} \right\} e^{-\frac{1}{3} K_1^2 r_1^2} \right. \\ \left. + \left\{ \left(\frac{3}{5} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{2}{5} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{3}{4}} \right\} R_1^{\frac{5}{2}} r_1^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{Q_1}{K_1} \sin K_1 r_1 e^{-\frac{1}{5} Q_1^2 R_1^2} \right\} \right]^2$$

Pour le Knock-Out:

V - (4)

$$\frac{d\sigma_{ko}}{d\Omega} = \frac{(16)^2 4\pi}{3} \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} |\Theta^{J_z, J_z}|^2 U_0^2 \frac{K_n}{K_n} \left[\frac{13}{4} \left\{ \left(\frac{3}{5} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{2}{5} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{5}{4}} \right\} (r_2 R_2)^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{\sin K_2 r_2}{K_2^2 r_2^2} - \frac{\cos K_2 r_2}{K_2 R_2} \right\} e^{-\frac{1}{3} Q_2^2 R_2^2} \right. \\ \left. + 4 \left\{ \left(\frac{3}{5} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{2}{5} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{3}{4}} \right\} r_2^{\frac{5}{2}} R_2^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{K_2}{Q_2} \sin Q_2 R_2 e^{-\frac{1}{5} K_2^2 r_2^2} \right\} \right]^2$$

L'utilisation des relations suivantes :

V - (5)

$$M = M_x + M_n = M_z + M_\alpha$$

$$M_a^* = \frac{M_x M_n}{M}$$

$$M_b^* = \frac{M_z M_\alpha}{M}$$

Potentiel delta : Réaction $O^{16}(n,\alpha) C^{12}$ à 14 Mev

$$7 \text{ Mev} \leq E_{\alpha} \leq 9 \text{ Mev}$$

θ	$\sigma_{pu}(\theta)$	$\sigma_{ko}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{pu}(\theta) + \sigma_{ko}(\theta)$
0	1,000	0,00026	1,000
$\pi/10$	0,871	0,00040	0,871
$2\pi/10$	0,444	0,0011	0,445
$3\pi/10$	0,0674	0,0036	0,071
$4\pi/10$	0,0051	0,0126	0,018
$\pi/2$	0,0457	0,0402	0,086
$6\pi/10$	0,0436	0,109	0,153
$7\pi/10$	0,0213	0,238	0,259
$8\pi/10$	0,0073	0,407	0,414
$9\pi/10$	0,0025	0,547	0,549
π	0,0014	0,600	0,601
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right|^2 0,52 \cdot 10^2$$

$$R_1 = 5,5 \text{ Fm}$$

$$R_2 = 7 \text{ Fm}$$

$$r_1 = 2 \text{ Fm}$$

$$r_2 = 7 \text{ Fm}$$

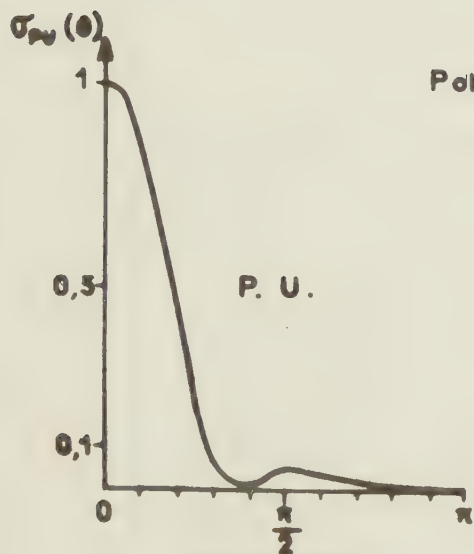


Figure 14a

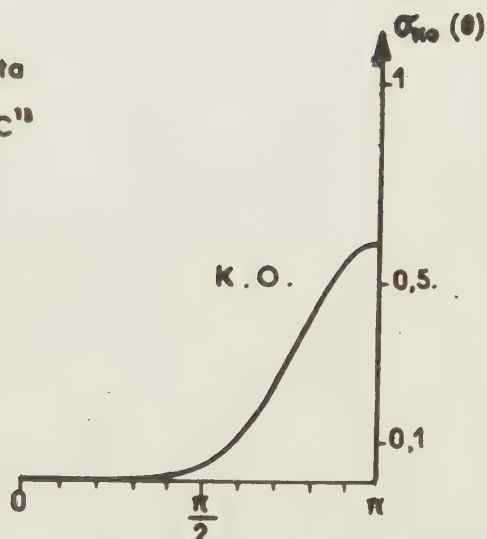


Figure 14b

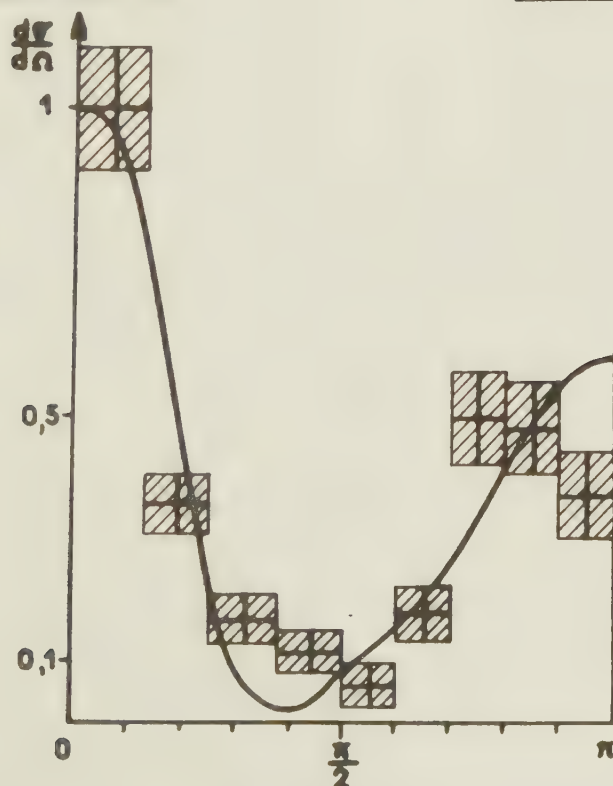


Figure 14c

Potentiel delta : Réaction $O^{16}(n,\alpha)C^{12}$ à 14 Mev

$$5 \text{ Mev} \leq E_{\alpha} \leq 7 \text{ Mev}$$

θ	$\sigma_{pu}(\theta)$	$\sigma_{ko}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{pu}(\theta) + \sigma_{ko}(\theta)$
0	0,825	0,0152	0,840
$\pi/10$	0,860	0,0173	0,877
$2\pi/10$	0,722	0,0248	0,746
$3\pi/10$	0,350	0,0424	0,392
$4\pi/10$	0,0722	0,0805	0,153
$\pi/2$	0,0082	0,154	0,162
$6\pi/10$	0,0189	0,272	0,291
$7\pi/10$	0,0375	0,413	0,450
$8\pi/10$	0,0404	0,493	0,533
$9\pi/10$	0,0373	0,500	0,537
π	0,0356	0,489	0,524
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\odot_1}{\odot_2} \right|^2 1,57 \cdot 10^2$$

$$R_1 = 5,5 \text{ Fm}$$

$$R_2 = 7 \text{ Fm}$$

$$r_1 = 2 \text{ Fm}$$

$$r_2 = 7,6 \text{ Fm}$$

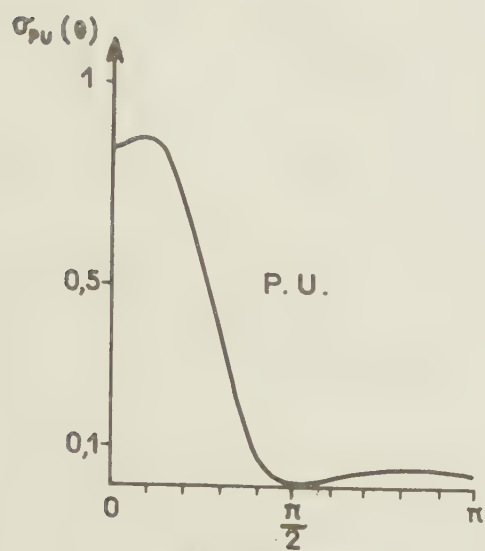


Figure 15a

Potentiel delta

$$O^{16}(n, \alpha) C^{13}$$

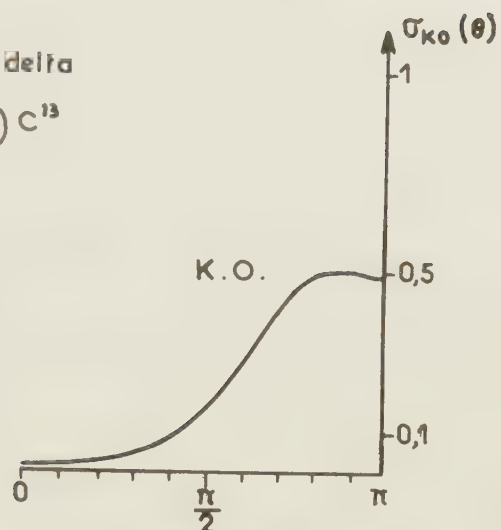


Figure 15b

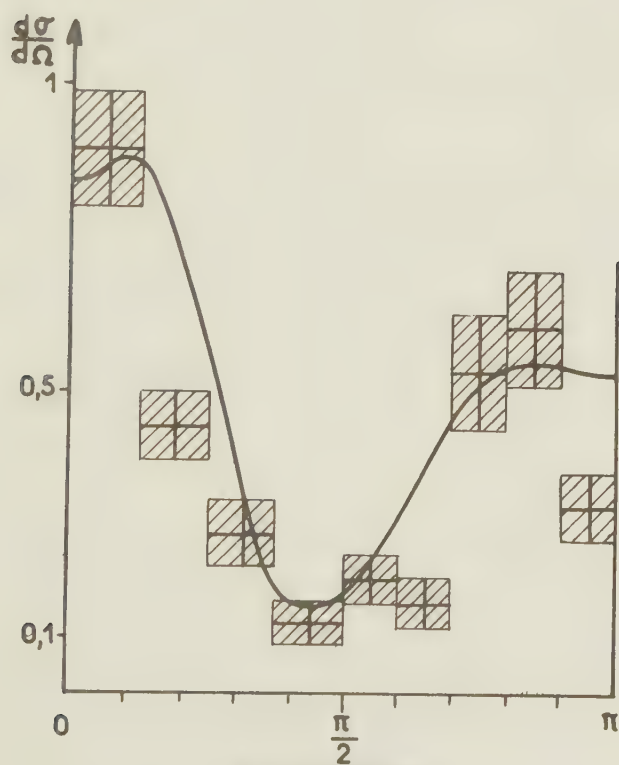


Figure 15c

ainsi que :

$$V-(6) \quad \left| \begin{aligned} K_1^2 &= K_n^2 + \left(\frac{M_n}{M_\alpha}\right)^2 K_\alpha^2 - 2 \frac{M_n}{M_\alpha} K_n K_\alpha \cos \theta \\ Q_1^2 &= K_\alpha^2 + \left(\frac{M_\alpha}{M_x}\right)^2 K_n^2 - 2 \frac{M_\alpha}{M_x} K_n K_\alpha \cos \theta \\ K_2^2 &= K_n^2 + \left(\frac{M_n}{M_z}\right)^2 K_\alpha^2 + 2 \frac{M_n}{M_z} K_n K_\alpha \cos \theta \\ Q_2^2 &= K_\alpha^2 + \left(\frac{M_\alpha}{M_x}\right)^2 K_n^2 + 2 \frac{M_\alpha}{M_x} K_n K_\alpha \cos \theta \end{aligned} \right.$$

déduites des formules II-(1) et III-(1), nous permettra de construire les courbes de distributions angulaires correspondant à un processus de Pick-Up et à un processus de Knock-Out. Les résultats donnés figures 14 a) et 14 b) le sont pour une énergie moyenne de la particule α de 8 MeV et figures 15 a) et 15 b) pour une énergie E_α de 6 MeV.

Pour obtenir la distribution angulaire globale, nous allons additionner les sections efficaces différentielles obtenues par Pick-Up et Knock-Out en introduisant un coefficient de dosage μ . Nous écrirons donc :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_n}{d\Omega} + \mu \frac{d\sigma_{ko}}{d\Omega} = \sigma_n(\theta) + \sigma_{ko}(\theta)$$

Le coefficient μ introduit représentera la probabilité plus ou moins grande de branchement vers l'un ou l'autre des processus.

Les résultats obtenus sont représentés dans les tableaux suivants tandis que les courbes donnant $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ seront trouvées aux figures 14 c) et 15 c).

L'influence des paramètres introduits dans le calcul est montrée dans les réseaux des figures 16 et 17.

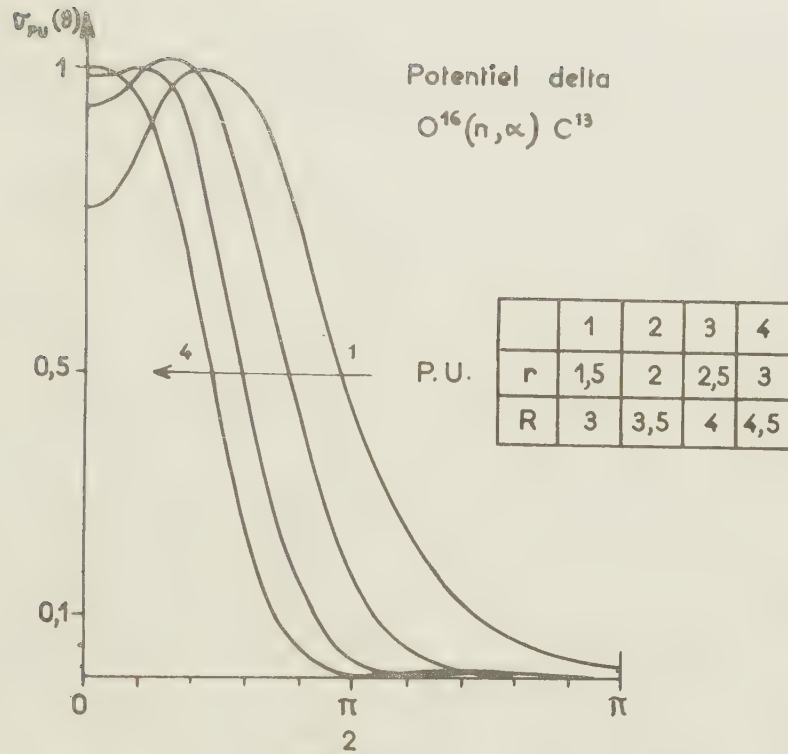


Figure 16

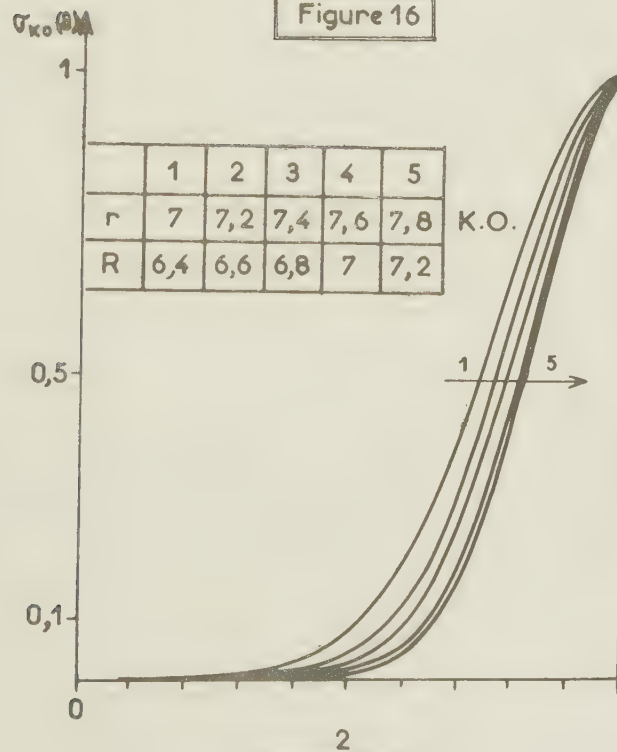


Figure 17

II - UTILISATION DU POTENTIEL GAUSSIEN

Nous allons calculer, pour la réaction $^{16}\text{O}(n, \alpha) ^{13}\text{C}$, les courbes de distribution angulaire aux mêmes énergies à l'aide d'un potentiel Gaussien de profondeur V_0 .

L'expression générale de $S_{(K_i, Q_i)}^{\ell, L}$ sera alors :

$$\begin{aligned}
 V - (7) \quad S_{(K_i, Q_i)}^{\ell, L} = & \frac{\hbar^2}{2_i M_r^*} \beta_i^2 r_0^2 \left\{ \sum_{s=0}^{n-1} H(s, \ell, n; \beta_i) K_i^\ell \sqrt{\frac{\pi}{2\beta_i}} (-)^{\ell+s+1} \left(\frac{1}{K_i} \frac{d}{dK_i} \right)^{\ell+1} \left(\frac{d}{dK_i} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{K_i^2}{2\beta_i}} \right) \right\} \\
 & \times \left\{ \sum_{s=0}^{N-1} H(s, L, N; \alpha_i) Q_i^L \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha_i}} (-)^{L+s+1} \left(\frac{1}{Q_i} \frac{d}{dQ_i} \right)^{L+1} \left(\frac{d}{dQ_i} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{Q_i^2}{2\alpha_i}} \right) \right\} \\
 & + \frac{\hbar^2}{2_i M_r^*} \alpha_i^2 R_0^2 \left\{ \sum_{s=0}^{N-1} H(s, L, N; \alpha_i) Q_i^L \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha_i}} (-)^{L+s+1} \left(\frac{1}{Q_i} \frac{d}{dQ_i} \right)^{L+1} \left(\frac{d}{dQ_i} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{Q_i^2}{2\alpha_i}} \right) \right\} \\
 & \times \left\{ \sum_{s=0}^{n-1} H(s, \ell, n; \beta_i) K_i^\ell \sqrt{\frac{\pi}{2\beta_i}} (-)^{\ell+s+1} \left(\frac{1}{K_i} \frac{d}{dK_i} \right)^{\ell+1} \left(\frac{d}{dK_i} \right)^{2s} \left(e^{-\frac{K_i^2}{2\beta_i}} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

Nous avons déjà déterminé les moments orbitaux mis en jeu dans la réaction $^{16}\text{O}(n, \alpha) ^{13}\text{C}$ au cours de notre étude précédente. Nous nous reporterons donc à la relation V- (2) qui nous donne :

Pour le Pick-Up :

V - (8)

$$\frac{d\sigma_{pa}}{d\Omega} = \frac{4}{3} \pi^2 |\Theta^{j_z, s}|^2 M_a^* M_b^* \frac{K_a}{K_n} Q_1^2 \left[\frac{R_o^2}{1 M_R^*} \frac{\alpha_1^{\frac{13}{4}}}{\beta_1^{\frac{3}{2}} (\bar{\alpha}_1)^{\frac{5}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{Q_1^2}{\alpha_1} + \frac{K_1^2}{\beta_1} \right)} + \frac{r_o^2}{1 M_r^*} \frac{\beta_1^{\frac{11}{4}}}{\alpha_1^{\frac{5}{2}} (\bar{\beta}_1)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{Q_1^2}{\alpha_1} + \frac{K_1^2}{\beta_1} \right)} \right]^2$$

Pour le Knock-Out :

V - (9)

$$\frac{d\sigma_{ko}}{d\Omega} = \frac{16}{3} \pi^2 |\Theta^{j_z, s}|^2 M_a^* M_b^* \frac{K_a}{K_n} K_2^2 \left[\frac{R_o^2}{2 M_R^*} \frac{\alpha_2^{\frac{11}{4}}}{\beta_2^{\frac{3}{2}} (\bar{\alpha}_2)^{\frac{5}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{Q_2^2}{\alpha_2} + \frac{K_2^2}{\beta_2} \right)} + \frac{R_o^2}{2 M_r^*} \frac{\beta_2^{\frac{13}{4}}}{\alpha_2^{\frac{3}{2}} (\bar{\beta}_2)^{\frac{5}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{Q_2^2}{\alpha_2} + \frac{K_2^2}{\beta_2} \right)} \right]^2$$

Précisons que les longueurs r_o et R_o ne sont pas considérées comme des paramètres. Ces grandeurs sont introduites dans l'expression du potentiel Gaussien $e^{-\frac{r^2}{r_o^2}}$ et $e^{-\frac{R^2}{R_o^2}}$ et sont fixées d'après la relation $a = 1,2 A^{\frac{1}{3}} \text{ Fm}$ ce qui donne $r_o = 1,7 \text{ Fm}$ pour l'interaction neutron - He³ et $r_o = R_o = 3 \text{ Fm}$ pour les trois autres interactions. Enfin rappelons que $\bar{\alpha}_i$ et $\bar{\beta}_i$ s'expriment en fonction de α_i et β_i par la relation :

$$\bar{\mu}_i = \left(\mu_i + \frac{2}{a^2} \right)$$

$$\mu_i = \alpha_i, \beta_i$$

$$a = r_o, R_o$$

établie dans le chapitre IV.

Potentiel gaussien : Réaction $O^{16}(n, \alpha) C^{13}$ à 14 Mev

$$7 \text{ Mev} \leq E_{\alpha} \leq 9 \text{ Mev}$$

θ	$\sigma_{pu}(\theta)$	$\sigma_{ko}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{pu}(\theta) + \sigma_{ko}(\theta)$
0	1,000	0,0086	1,0086
$\pi/10$	0,7995	0,0096	0,8091
$2\pi/10$	0,3748	0,0129	0,3877
$3\pi/10$	0,1001	0,0208	0,1209
$4\pi/10$	0,0180	0,0376	0,0556
$\pi/2$	$0,0283 \cdot 10^{-1}$	0,0724	0,0752
$6\pi/10$	$0,0491 \cdot 10^{-2}$	0,1393	0,1398
$7\pi/10$	$0,0109 \cdot 10^{-2}$	0,2514	0,2514
$8\pi/10$	$0,0349 \cdot 10^{-3}$	0,4012	0,4012
$9\pi/10$	$0,0170 \cdot 10^{-3}$	0,5412	0,5412
π	$0,0133 \cdot 10^{-3}$	0,6000	0,6000
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right|^2 1,44 \cdot 10^1$$

$$\alpha_1 = 0,19 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\alpha_2 = 0,18 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_1 = 0,40 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_2 = 0,15 \text{ Fm}^{-2}$$

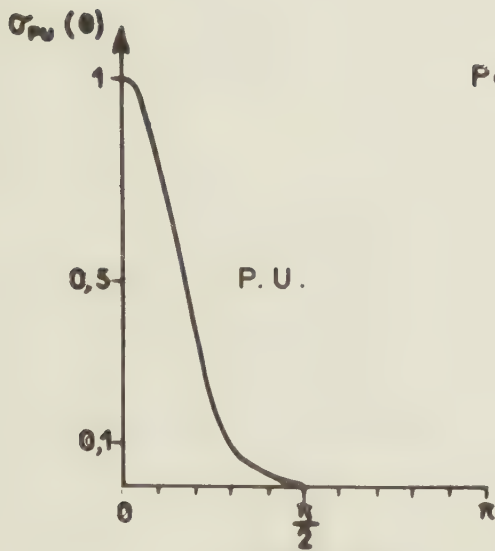


Figure 18 a

Potentiel gaussien
 $O^{16}(n, \alpha) C^{13}$

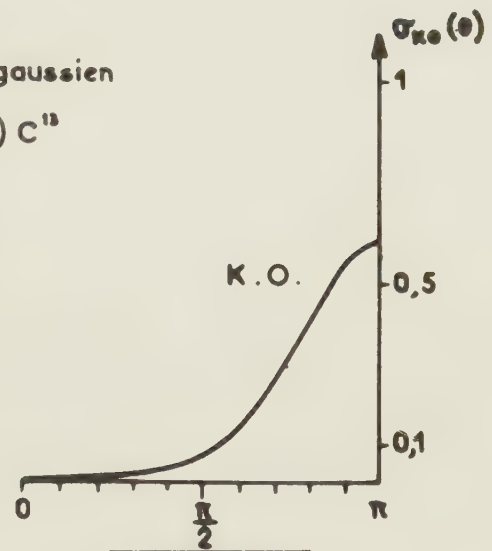


Figure 18 b

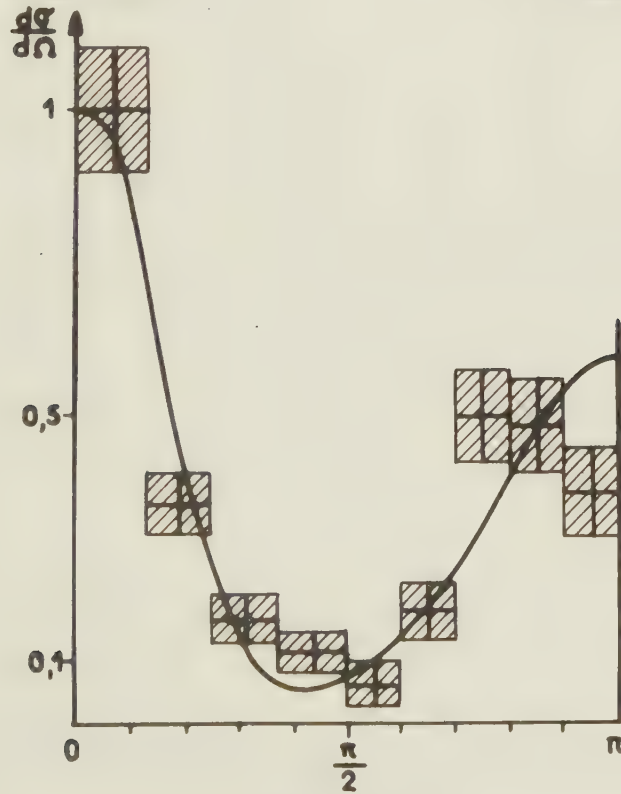


Figure 18 c

Potentiel gaussien : Réaction $O^{16}(n, \alpha) C^{13}$ à 14 Mev

$$5 \text{ Mev} \leq E_n \leq 7 \text{ Mev}$$

θ	$\sigma_{pu}(\theta)$	$\sigma_{no}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{pu}(\theta) + \sigma_{no}(\theta)$
0	0,8802	0,0108	0,8910
$\pi/10$	0,9000	0,0119	0,9119
$2\pi/10$	0,5947	0,0158	0,6105
$3\pi/10$	0,1991	0,0248	0,2239
$4\pi/10$	0,0406	0,0438	0,0844
$\pi/2$	$0,0680 \cdot 10^{-1}$	0,0831	0,0899
$6\pi/10$	$0,0177 \cdot 10^{-1}$	0,1590	0,1602
$7\pi/10$	$0,0284 \cdot 10^{-2}$	0,2876	0,2879
$8\pi/10$	$0,0097 \cdot 10^{-2}$	0,4627	0,4628
$9\pi/10$	$0,0050 \cdot 10^{-2}$	0,6293	0,6293
π	$0,0040 \cdot 10^{-2}$	0,7000	0,7000
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right|^2 1,65 \cdot 10^1$$

$$\alpha_1 = 0,16 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\alpha_2 = 0,14 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_1 = 0,40 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_2 = 0,13 \text{ Fm}^{-2}$$

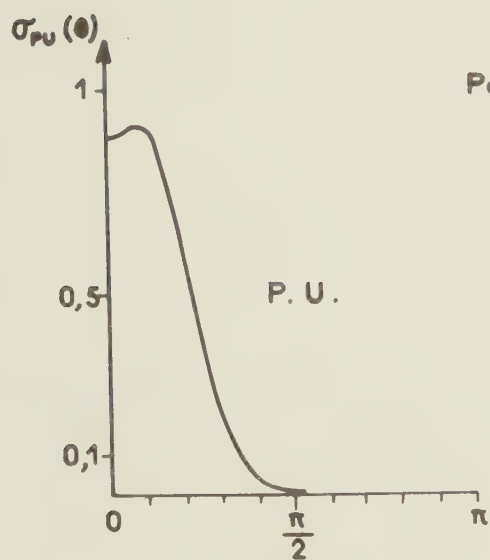


Figure 19a

Potentiel gaussien
 $O^{16}(n, \alpha) C^{13}$

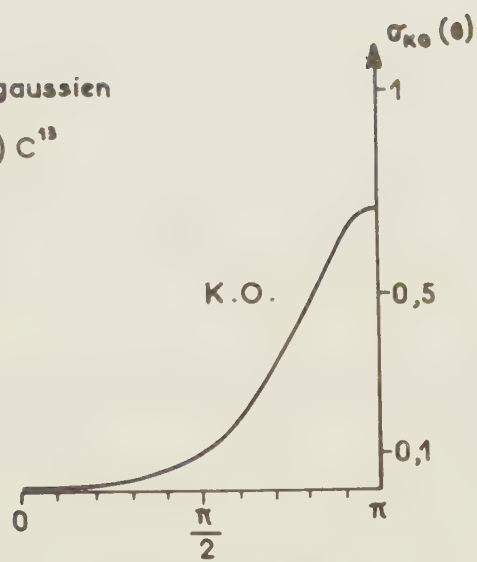


Figure 19b

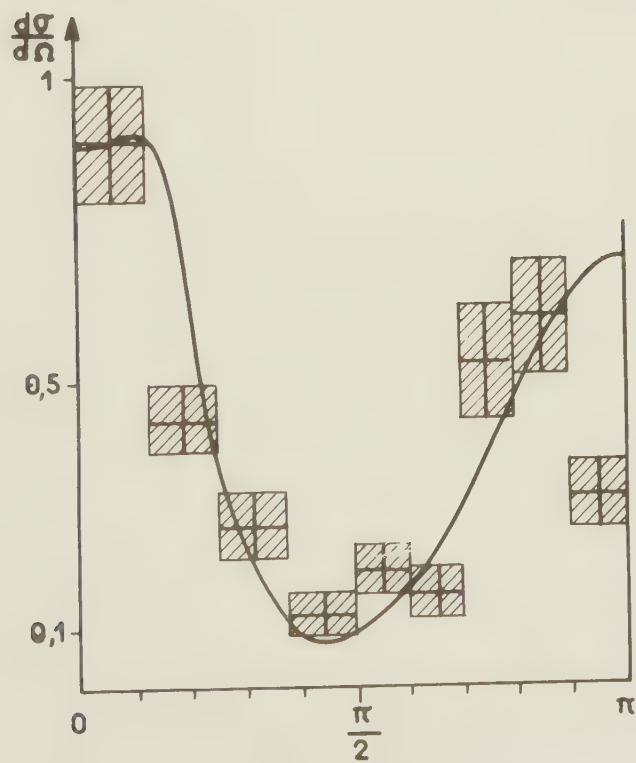


Figure 19c

D'autre part les quatre paramètres α_1 , β_1 , α_2 , β_2 peuvent être reliés à une longueur par l'équation IV-(2)

$$\mu_i = \left(\lambda + \frac{3}{2} \right) \frac{1}{x_i^2} \quad \lambda = \ell , L$$

Les masses réduites ${}_i M_x^*$ sont définies à l'aide des quatre relations :

$$V - (10) \quad {}_1 M_r^* = \frac{M_n M_{He^3}}{M_n + M_{He^3}} \quad {}_1 M_R^* = \frac{M_{He^3} M_Z}{M_{He^3} + M_Z}$$

$${}_2 M_r^* = \frac{M_n M_c}{M_n + M_c} \quad {}_2 M_R^* = \frac{M_\alpha M_c}{M_\alpha + M_c}$$

Nous avons représenté pour deux énergies de la particule α les courbes obtenues par les processus de Pick-Up et de Knock-Out figures 18 a) et 18 b) et 19 a), 19 b), les distributions angulaires totales se trouvant figures 18 c) et 19 c).

Pour la réaction $Na^{23} (n, \alpha) F^{20}$ à 14 MeV, les différents spins introduits sont $J_x = \frac{3}{2}^+$, $J_z = 2^+$, $J_c = \frac{1}{2}^+$, $J_\alpha = 0^+$ et $J = \frac{1}{2}^+$. Les règles de conservation des moments angulaires et de la parité donnent d'autre part :

	ℓ	L
P.U.	0	0, 2, 4
K.O.	2	2

Nous plaçant au niveau fondamental, il vient alors $L = 0$ pour le processus de Pick-Up et $L = 2$ pour le processus de Knock-Out. Remarquons d'autre part que $p \leq 2J_c$ d'après la relation III-(10), p ne pourra donc prendre que les valeurs 0 ou 1, mais devant être pair il reste donc $p = 0$ ce qui entraîne :

$$\frac{d\sigma_{ko}}{d\Omega} = 5 \frac{M_a^* M_b^*}{\hbar^4} \frac{K_a}{K_n} |\Theta^{J_a J_b}|^2 \cdot |S_{(K_2, Q_2)}^{2,2}|^2$$

Nous pouvons alors écrire complètement les sections efficaces différentielles de Pick-Up et de Knock-Out

V-(11)

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{pu}}{d\Omega} = 2\pi^2 |\Theta^{S, J_z}|^2 M_a^* M_b^* \frac{K_a}{K_n} & \left[\frac{R_o^2}{{}_1M_R^*} \frac{\alpha_1^{11}}{\beta_1^{\frac{3}{2}} (\bar{\alpha}_1)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{Q_1^2}{\alpha_1} + \frac{K_1^2}{\beta_1})} \right. \\ & \left. + \frac{r_o^2}{{}_1M_r^*} \frac{\beta_1^{11}}{\alpha_1^{\frac{3}{2}} (\bar{\beta}_1)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{Q_1^2}{\alpha_1} + \frac{K_1^2}{\beta_1})} \right]^2 \end{aligned}$$

et

V-(12)

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ko}}{d\Omega} = \frac{32}{45} \pi^2 |\Theta^{J_a J_b}|^2 (K_2 Q_2)^4 M_a^* M_b^* \frac{K_a}{K_n} & \left[\frac{R_o^2}{{}_2M_R^*} \frac{\alpha_2^{\frac{15}{4}}}{\beta_2^{\frac{7}{2}} (\bar{\alpha}_2)^{\frac{7}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{Q_2^2}{\alpha_2} + \frac{K_2^2}{\beta_2})} \right. \\ & \left. + \frac{R_o^2}{{}_2M_r^*} \frac{\beta_2^{\frac{15}{4}}}{\alpha_2^{\frac{7}{2}} (\bar{\beta}_2)^{\frac{7}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{Q_2^2}{\alpha_2} + \frac{K_2^2}{\beta_2})} \right]^2 \end{aligned}$$

où tous les coefficients et paramètres sont définis comme précédemment.

Potential gaussien : Réaction $\text{Na}^{23}(n, \alpha)\text{F}^{18}$ à 14 Mev

θ	$\sigma_{\text{co}}(\theta)$	$\sigma_{\text{no}}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\text{co}}(\theta) + \sigma_{\text{no}}(\theta)$
0	0,940	0,060	1,000
$\pi/10$	0,845	0,064	0,705
$2\pi/10$	0,219	0,078	0,297
$3\pi/10$	$0,432 \cdot 10^{-1}$	0,106	0,149
$4\pi/10$	$0,613 \cdot 10^{-2}$	0,155	0,161
$\pi/2$	$0,814 \cdot 10^{-3}$	0,236	0,237
$6\pi/10$	$0,124 \cdot 10^{-3}$	0,358	0,358
$7\pi/10$	$0,254 \cdot 10^{-4}$	0,520	0,520
$8\pi/10$	$0,762 \cdot 10^{-5}$	0,700	0,700
$9\pi/10$	$0,358 \cdot 10^{-5}$	0,845	0,845
π	$0,277 \cdot 10^{-5}$	0,900	0,900
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right|^2 \cdot 6,75 \cdot 10^2$$

$$\alpha_1 = 0,21 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\alpha_2 = 0,12 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_1 = 0,50 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_2 = 0,11 \text{ Fm}^{-2}$$

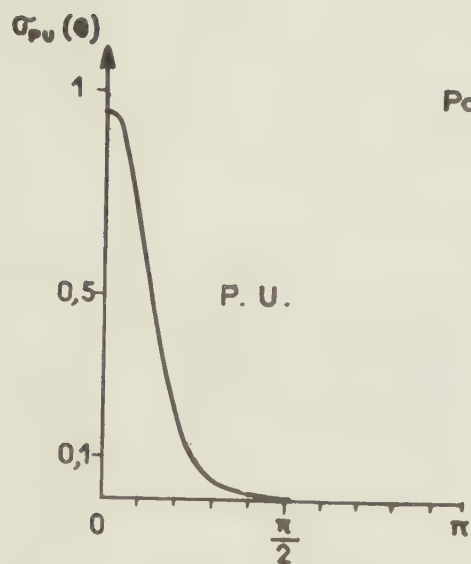


Figure 20a

Potentiel gaussien
 $\text{Na}^{23}(\eta, \alpha) \text{F}^{19}$

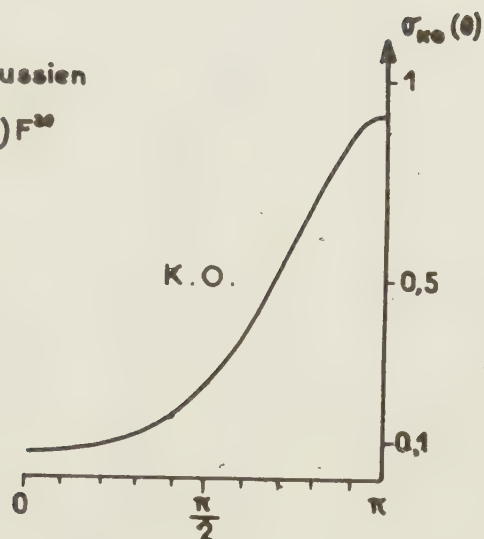
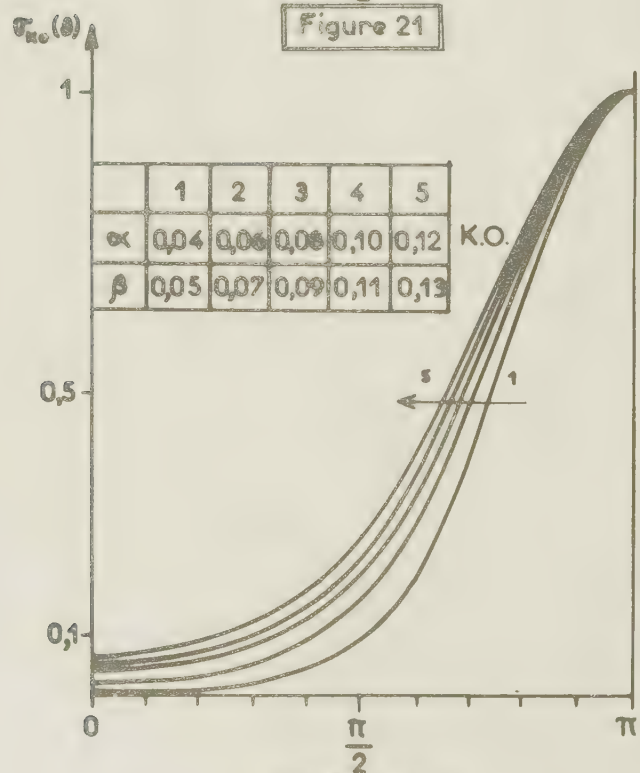
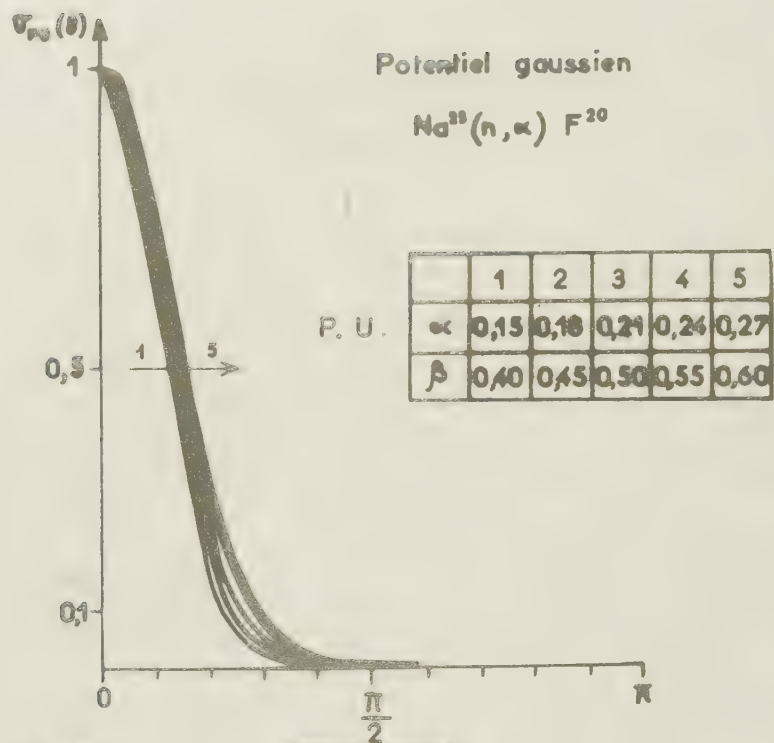


Figure 20b



Figure 20c



Nous avons représenté dans les figures 20 a), 20 b) 20 c) les distributions angulaires de Pick-Up, de Knock-Out et la somme pondérée de ces deux processus. Les figures 21 et 22 quant à elles, montrent l'influence des différents paramètres sur l'allure des courbes théoriques.

Remarque

Nous avons pensé également à utiliser un potentiel d'interaction d'oscillateur harmonique coupé au point X_0 ainsi que l'avait fait Henley avec une méthode B.K.W. (N.P. 13 (1959) 317). Cependant la coupure introduite conduit à des difficultés mathématiques dans le calcul des intégrales radiales qu'il n'est plus possible de traiter analytiquement.

Bien que non justifiable physiquement, nous avons effectué le calcul des sections efficaces différentielles en portant la borne X_0 des intégrales radiales à l'infini, et les courbes obtenues, à notre grande surprise, ont montré une assez remarquable concordance avec les points expérimentaux, ainsi qu'on peut le voir sur les figures suivantes 23, 24 et 25.

Cette concordance, vraisemblablement, provient du fait que les intégrales de X_0 à l'infini apportent une contribution négligeable à la partie radiale.

III - DISCUSSION DES RESULTATS

L'examen des courbes expérimentales et théoriques nous conduit à penser qu'on peut retrouver les distributions angulaires par la voie de l'interaction directe. Cela est bien en accord avec les idées de FACCHINI (17) (figure 8) qui a montré que les sections efficaces totales obtenues par voie expérimentale pour un grand nombre de noyaux étaient d'un ordre de grandeur bien différent du résultat calculé à l'aide du modèle statistique :

Potentiel harmonique : Réaction $O^{16}(n, \alpha) C^{13}$ à 14 Mev

$$7 \text{ Mev} \leq E_{\alpha} \leq 9 \text{ Mev}$$

θ	$\sigma_{pu}(\theta)$	$\sigma_{ko}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{pu}(\theta) + \sigma_{ko}(\theta)$
0	1,000	$0,0032 \cdot 10^{-1}$	1,000
$\pi/10$	0,845	$0,0041 \cdot 10^{-1}$	0,845
$2\pi/10$	0,430	$0,0065 \cdot 10^{-1}$	0,430
$3\pi/10$	0,114	0,0025	0,116
$4\pi/10$	0,0171	0,0097	0,027
$\pi/2$	$0,0174 \cdot 10^{-1}$	0,0391	0,041
$6\pi/10$	$0,0148 \cdot 10^{-2}$	0,135	0,135
$7\pi/10$	$0,0134 \cdot 10^{-3}$	0,333	0,333
$8\pi/10$	$0,0163 \cdot 10^{-4}$	0,490	0,490
$9\pi/10$	$0,0036 \cdot 10^{-4}$	0,435	0,435
π	$0,0020 \cdot 10^{-4}$	0,359	0,359
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right|^2 0,76 \cdot 10^5$$

$$\alpha_1 = 0,13 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\alpha_2 = 0,06 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_1 = 0,40 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_2 = 0,069 \text{ Fm}^{-2}$$

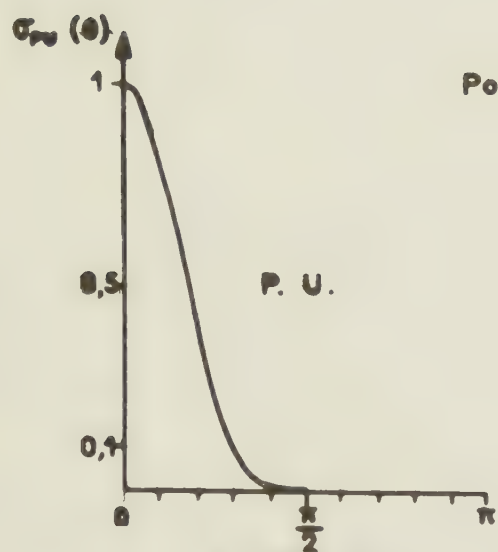


Figure 23a

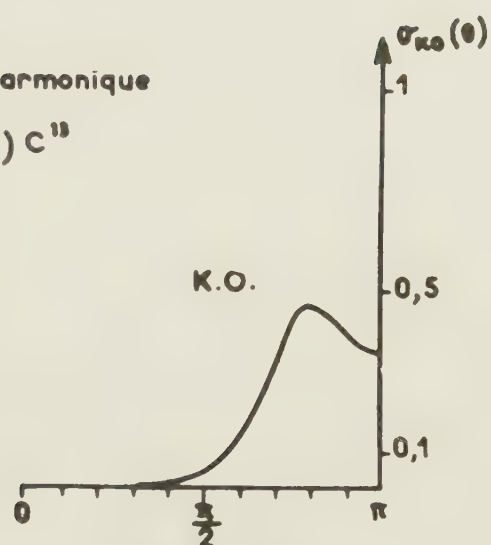


Figure 23b

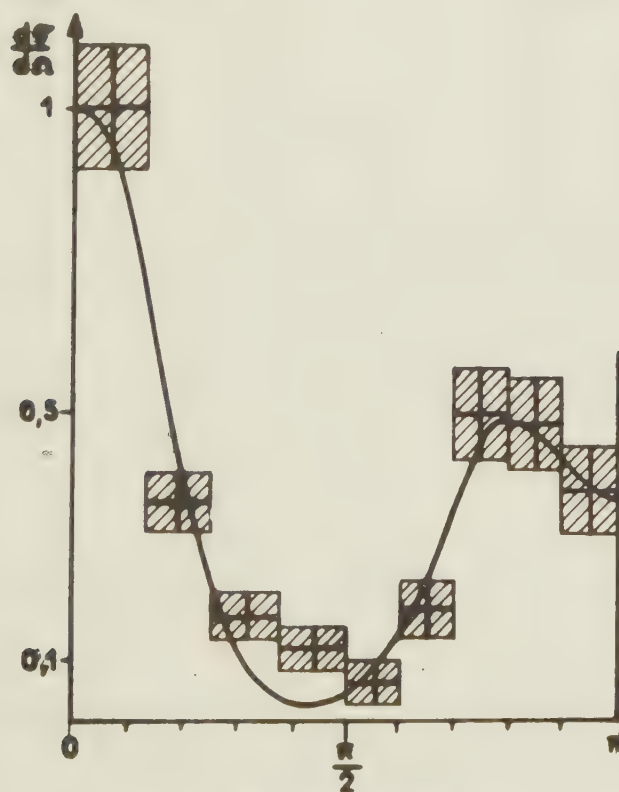


Figure 23c

Potentiel harmonique : Réaction $O^{16}(n,\alpha)C^{13}$ à 14 Mev

$$5 \text{ Mev} \leq E \leq 7 \text{ Mev}$$

θ	$\sigma_{pu}(\theta)$	$\sigma_{no}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{pu}(\theta) + \sigma_{no}(\theta)$
0	0,835	0,0057	0,841
$\pi/10$	0,840	0,0060	0,847
$2\pi/10$	0,652	0,0112	0,663
$3\pi/10$	0,313	0,0230	0,337
$4\pi/10$	0,0984	0,0507	0,157
$\pi/2$	0,0232	0,146	0,169
$6\pi/10$	$0,0492 \cdot 10^{-1}$	0,315	0,320
$7\pi/10$	$0,0113 \cdot 10^{-1}$	0,502	0,503
$8\pi/10$	$0,0033 \cdot 10^{-1}$	0,525	0,525
$9\pi/10$	$0,0015 \cdot 10^{-1}$	0,374	0,374
π	$0,0011 \cdot 10^{-1}$	0,286	0,286
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right|^2 = 0,12 \cdot 10^5$$

$$\alpha_1 = 0,13 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\alpha_2 = 0,06 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_1 = 0,39 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_2 = 0,046 \text{ Fm}^{-2}$$

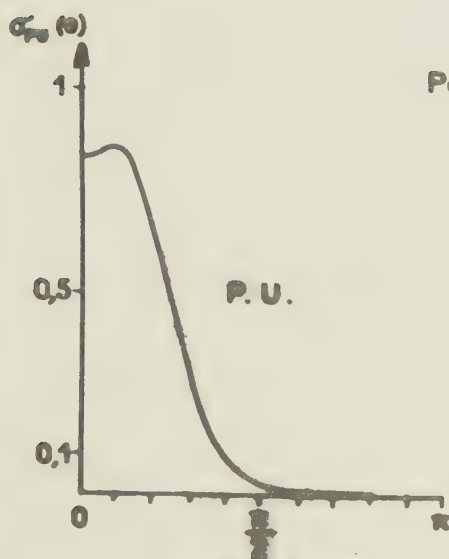


Figure 24a

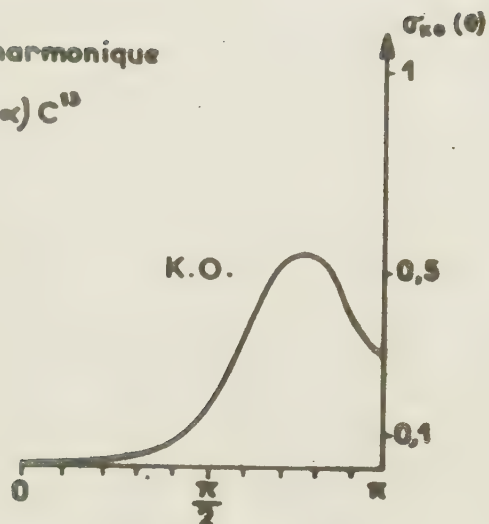


Figure 24 b

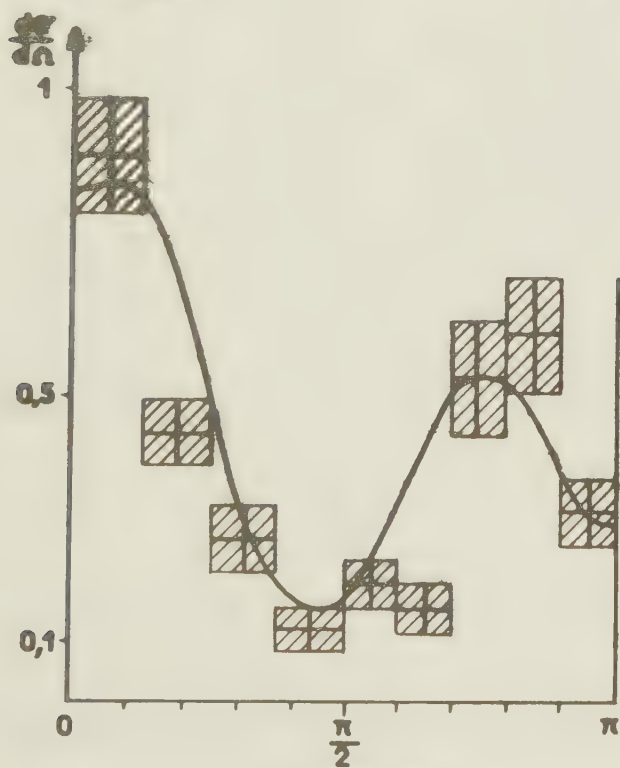


Figure 24c

Potential Harmonique: Réaction $\text{Na}^{23}(n,\alpha)\text{F}^{19}$ à 14 MeV

θ	$\sigma_{pu}(\theta)$	$\sigma_{no}(\theta)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{pu}(\theta) + \sigma_{no}(\theta)$
0	1,000	0,0041	1,004
$\pi/10$	0,615	0,0049	0,620
$2\pi/10$	0,148	0,0081	0,156
$3\pi/10$	0,0138	0,0175	0,033
$4\pi/10$	$0,077 \cdot 10^{-2}$	0,0442	0,045
$\pi/2$	$0,0203 \cdot 10^{-3}$	0,116	0,116
$6\pi/10$	$0,0190 \cdot 10^{-5}$	0,273	0,273
$7\pi/10$	$0,0099 \cdot 10^{-6}$	0,524	0,524
$8\pi/10$	$0,0089 \cdot 10^{-6}$	0,766	0,766
$9\pi/10$	$0,0054 \cdot 10^{-6}$	0,881	0,881
π	$0,0043 \cdot 10^{-6}$	0,900	0,900
	Figure a	Figure b	Figure c

$$\mu = \left| \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right|^2 1,17 \cdot 10^5$$

$$\alpha_1 = 0,21 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\alpha_2 = 0,08 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_1 = 0,50 \text{ Fm}^{-2}$$

$$\beta_2 = 0,09 \text{ Fm}^{-2}$$

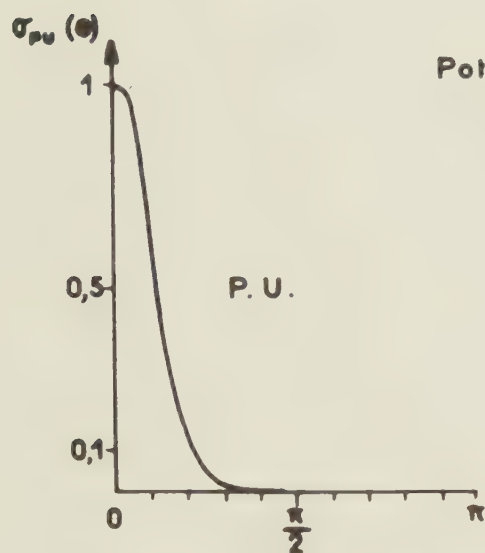


Figure 25a

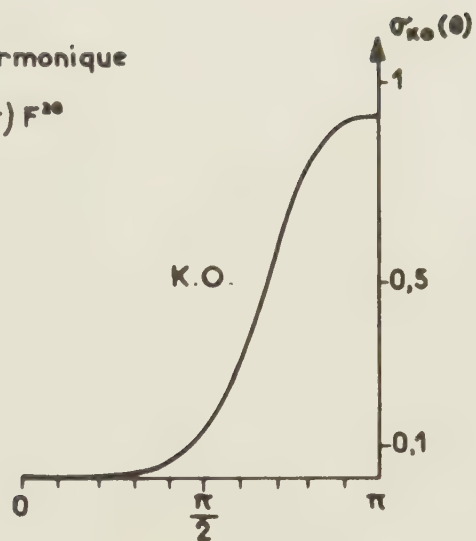


Figure 25b

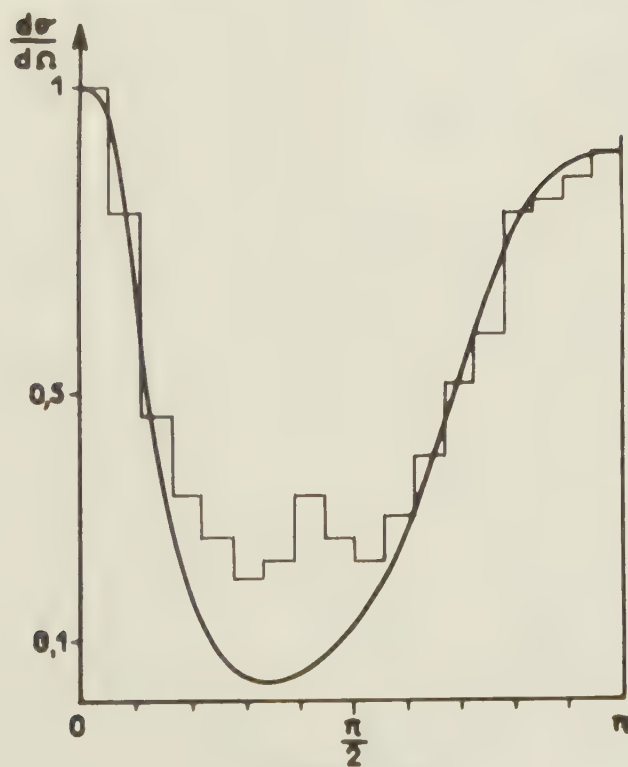


Figure 25c

le rapport de ces deux processus étant compris entre 1 et 10^3 , ce qui amène cet auteur à conclure à l'existence d'effets directs.

Toutes les réactions (n, α) pourtant ne présentent pas cette symétrie apparente autour de $\frac{\pi}{2}$: pic à l'avant suivi d'une remontée à l'arrière. Trois corps, le Tantale⁽¹⁵⁾, le Bismuth⁽¹⁵⁾ et le Zirconium⁽¹⁶⁾ dont les courbes de distribution angulaire sont représentées dans les figures 26, 27 et 28, ne montrent qu'un pic vers l'avant. Vraisemblablement on pourra retrouver ce pic en diminuant la valeur du coefficient μ .

Les calculs montrent pourtant que ce coefficient doit rester supérieur à 1, c'est à dire que la possibilité d'avoir une sous-structure α est plus grande que celle d'obtenir une sous-structure He^3 .

Accessoirement on peut remarquer que le Bismuth et le Zirconium peuvent se décomposer en particule He^3 et en noyaux de Thallium et Strontium de spin nul. Cette décomposition favorise nettement le processus de Pick-Up, donc le pic aux petits angles. On ne peut rien dire sur le Tantale, le spin du Lutétium n'étant pas connu à ce jour. Il ne faut voir dans ceci qu'une indication pouvant permettre des recherches expérimentales ultérieures. Seule une étude plus approfondie des modèles de noyaux pourra nous permettre de comprendre la raison de cet état de chose.

Ajoutons que les courbes citées en introduction⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ confirment l'existence d'un processus double, Pick-Up et Knock-Out par le fait que ces courbes, symétriques par rapport à $\frac{\pi}{2}$, cessent de l'être pour des énergies particulières de la particule α pour ne plus présenter qu'un pic avant ou qu'une remontée à l'arrière.

Pour la réaction $^{16}_0(n, \alpha)^{13}_C$, on doit remarquer que les points expérimentaux ne concordent pas tout à fait avec la courbe théorique aux grands angles, c'est à dire à partir de 150° , sauf si l'on utilise un potentiel d'interaction harmonique. Une explication possible de ceci peut être trouvée si l'on considère que l'étude théorique a été faite en se plaçant au niveau fondamental. Or les résultats expérimentaux sont des résultats globaux

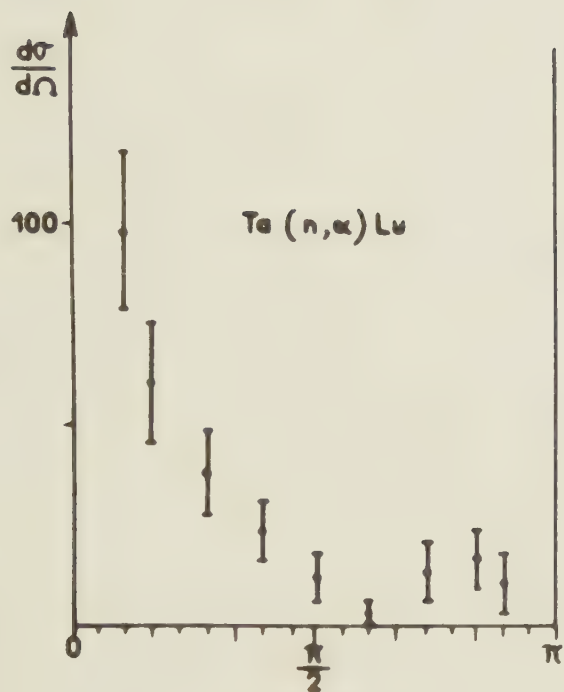


Figure 26

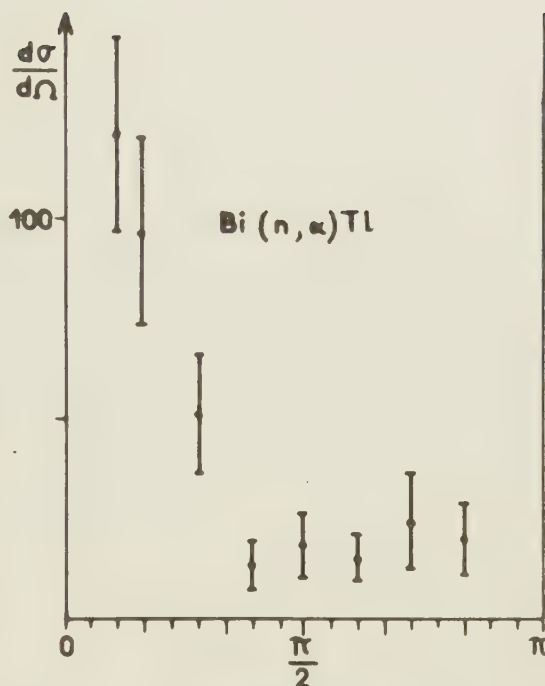


Figure 27

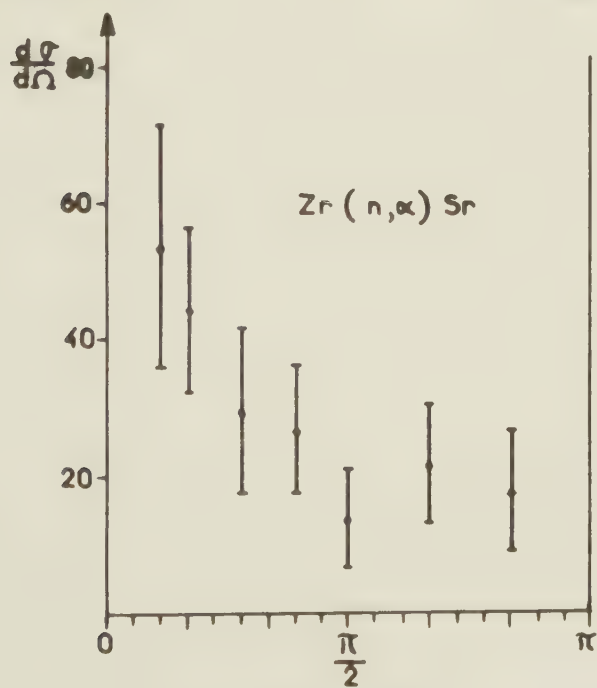


Figure 28

où interviennent les distributions angulaires de tous les niveaux.

D'autre part, la comparaison des courbes obtenues par les différents potentiels (delta, Gaussien, harmonique) ne montre pas, en dehors du fait précédemment exposé, de différence notable. On est donc conduit à penser que les distributions angulaires sont peu influencées par la forme de l'interaction nucléaire. Cependant un terme varie beaucoup lorsque l'on change de potentiel, c'est le coefficient μ et le fait que μ soit sensible et à l'énergie des particules, et aux formes des fonctions d'onde, est important car il permettra de fixer très précisément les paramètres et d'améliorer la théorie dans une étape ultérieure.

CONCLUSION

L'examen des résultats expérimentaux portant sur les réactions (n, α) nous a conduit à tenter une interprétation basée sur un modèle d'interaction directe. Cette étude nous a ainsi montré comment la juxtaposition de deux processus différents tels que le Pick-Up et le Knock-Out pouvait contribuer à rendre compte de telles réactions.

Les résultats que nous avons donnés ont été obtenus à l'aide de quelques approximations (approximation de Born, approximation sur les potentiels, "cas purs") et par conséquent une amélioration de la théorie pourra être effectuée en revenant sur les approximations précédentes. Cependant il faut bien voir que celles-ci ont été presque imposées par l'imprécision des résultats expérimentaux ce qui fait qu'avant d'entreprendre une étude théorique plus poussée, il conviendrait d'obtenir des distributions angulaires dont la précision portant sur l'énergie, l'angle et le niveau sur lequel on opère serait améliorée. Il serait intéressant aussi d'effectuer des mesures sur des réactions pouvant ne mettre en évidence que le processus de Pick-Up. Nous pensons pour cela plus particulièrement aux réactions sur le Bismuth et le Zirconium.

La deuxième question que nous avons très brièvement abordée a été l'étude de l'influence de la portée des potentiels. Les résultats montrent que les courbes de distributions angulaires sont peu affectées par un tel changement. Du point de vue physique, il est évidemment regrettable que les courbes $\sigma(\theta)$ soient insensibles à la forme du potentiel mais cela peut se comprendre si l'on considère que dans les intégrales radiales les termes prépondérants sont surtout les fonctions de Bessel et les fonctions d'onde.

Ces fonctions d'onde sont très convergentes et le fait de les intégrer avec un terme facteur en r^2 , $\frac{1}{r}$, e^{-ar} etc.... n'apporte évidemment pas grand changement.

De plus, pour préciser le choix des potentiels et, par conséquent, des fonctions d'onde, nous ne pouvons, pour les réactions (n, α) , faire appel aux expériences de polarisation, la particule α n'ayant pas de spin. La méthode qu'il faudra employer reste donc bien celle que nous avons mise en évidence : calcul de la section efficace différentielle de façon analytique ce qui permet d'obtenir, en faisant varier les paramètres, un très grand nombre de courbes, un nombre aussi réduit que possible de ces paramètres, le tout corrélé avec un ensemble de résultats expérimentaux précis et portant sur de nombreux cas.

APPENDICE I

Approximation remplaçant la fonction $a_n^+ h_n^+(i\bar{\theta}x)$ par $g_n(x)$

(Chapitre IV page 56)

x_{rm}	$a_n^+ h_n^+(i\bar{\theta}x)$	$g_n(x)$	$\xi_n(x)$
9	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0
10	$0,2241 \cdot 10^{-3}$	$0,2122 \cdot 10^{-3}$	$0,0119 \cdot 10^{-3}$
11	$0,5075 \cdot 10^{-4}$	$0,3725 \cdot 10^{-4}$	$0,0135 \cdot 10^{-3}$
12	$0,1158 \cdot 10^{-4}$	$0,0551 \cdot 10^{-4}$	$0,0060 \cdot 10^{-3}$
13	$0,2664 \cdot 10^{-5}$	$0,0696 \cdot 10^{-5}$	$0,0019 \cdot 10^{-3}$
15	$0,1431 \cdot 10^{-6}$	$0,0105 \cdot 10^{-6}$	$0,00013 \cdot 10^{-3}$
18	$0,1844 \cdot 10^{-8}$	$0,1791 \cdot 10^{-10}$	$0,00018 \cdot 10^{-5}$
20	$0,1281 \cdot 10^{-9}$	$0,3257 \cdot 10^{-12}$	$0,00012 \cdot 10^{-6}$

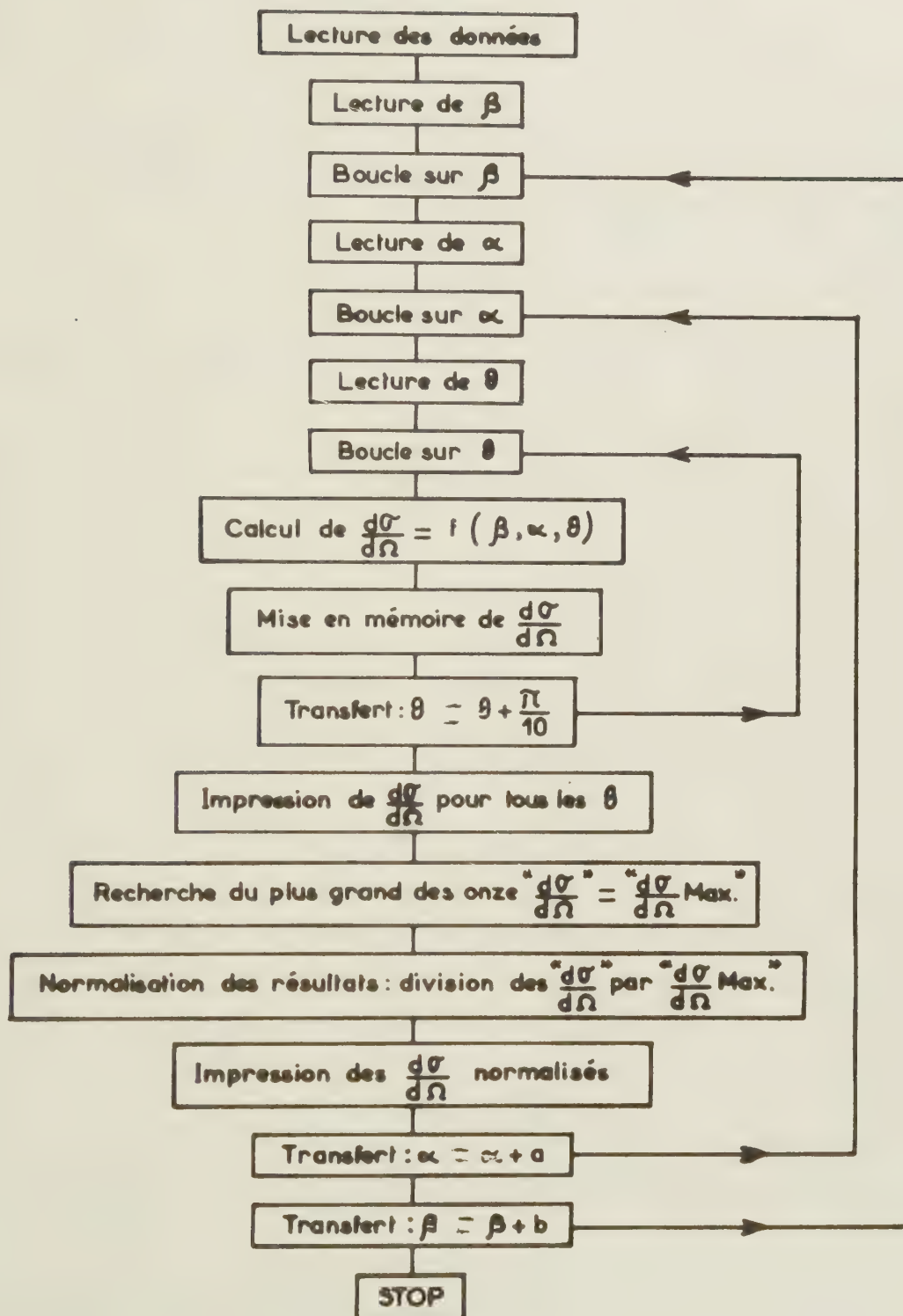
APPENDICE II

ORDINOGRAMME DES CALCULS

Les calculs ont été effectués pour onze valeurs de θ (de 0 à π par bonds de $\frac{\pi}{10}$), et pour plusieurs valeurs des paramètres α et β .

Les $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ sont imprimés pour chaque valeur de θ , de α , et de β .

D'autre part, les résultats utilisés étant normalisés à l'unité, nous avons ajouté un sous-programme qui nous permet de faire cette opération et qui imprime la nouvelle série de Valeurs.



BIBLIOGRAPHIE

- 1 R. SHERR, F.P. BRADY
Phys. Rev., 124, (1961), 1928
- 2 S. URECH, E. JEANNET, J. ROSSÉL
Helv. Phys. Acta, 34, (1961), 954
- 3 M. BORMANN, C. CIERJACKS, R. LANGKAU, N. NEUERT,
H. POLLEHN
J. Phys. et Rad., 22, (1961), 602
- 4 S. CAVALLARO, A. RUBBINO
Phys. Letters, 5, (1963), 265
- 5 W. PATZAK, H. VONACH
Nucl. Phys., 39, (1962), 263
- 6 C.J.D. JARVIS, W.R. DIXON, R.S. STOREY
Nucl. Phys., 44, (1963), 680
- 7 O.N. KAUL
Nucl. Phys., 29, (1962), 522
- 8 O.N. KAUL
Nucl. Phys., 33, (1962), 177
- 9 O.N. KAUL
Nucl. Phys., 39, (1962), 325
- 10 B. SEN
Nucl. Phys., 38 (1962), 601
- 11 N. CINDRO
Nucl. Phys., 22, (1961), 96
- 12 P. STROHAL, N. CINDRO, B. EMAN
Nucl. Phys., 30, (1962), 49
- 13 B. SEN
Nucl. Phys., 41, (1963), 435
- 14 I. KUMABE, E. TAKEKOSHI, H. OGATA, Y. TSUNEOKA,
S. OKI
Phys. Rev., 106, (1957), 155

- 15 L. ROSEN
Phys. Rev., 107, (1957), 824
- 16 S.H. AHN, H. ROBERT
Phys. Rev., 108, (1957), 110
- 17 U. FACCHINI, E. SAËTTA, MENICHELLA, F. TONOLINI,
L. TONOLINI
Phys. Letters, 3, (1963), 361

TABLE DES MATIERES

	Pages
INTRODUCTION	1
<u>CHAPITRE I - Rappels concernant l'amplitude de transition</u>	8
<u>CHAPITRE II - Etude du processus de Pick-Up</u>	16
1 - Ecriture de l'amplitude de transition	17
2 - Calcul de l'amplitude de transition	21
3 - Evaluation de la distribution angulaire de Pick-Up ...	26
<u>CHAPITRE III - Etude du processus de Knock-Out</u>	34
1 - Expression de l'amplitude de transition	34
2 - Evaluation de la distribution angulaire de Knock-Out ..	41
<u>CHAPITRE IV - Calcul des intégrales radiales</u>	49
1 - Choix des potentiels	49
2 - Calcul des fonctions de couplage	50
3 - Calcul des $S^{e,l}(k,q)$	54
<u>CHAPITRE V - Application des résultats précédents à des réac- tions particulières</u>	64
1 - Utilisation d'un potentiel de portée nulle	65
2 - Utilisation du potentiel gaussien	74
3 - Discussion des résultats	85

	Pages
CONCLUSION	95
APPENDICE I	97
APPENDICE II	98
BIBLIOGRAPHIE	100

Vu :

Les membres du Jury

A. SARAZIN

J. LAFOUCRIERE

J. DEPRAZ

Vu et approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. BRACONNIER

Vu et accordé le permis d'imprimer

Lyon, le 31 Mars 1964

Le Recteur

Président du Conseil de l'Université

P. LOUIS

